



# Approches expérimentales et numériques pour l'étude des transferts hygroscopiques dans le bois

Tuan Anh Nguyen

## ► To cite this version:

Tuan Anh Nguyen. Approches expérimentales et numériques pour l'étude des transferts hygroscopiques dans le bois. Génie civil. Université de Limoges, 2014. Français. NNT : 2014LIMO0034 . tel-01130828

**HAL Id: tel-01130828**

**<https://theses.hal.science/tel-01130828>**

Submitted on 12 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET INGENIERIE EN MATERIAUX  
MECANIQUE, ENERGETIQUE ET AERONAUTIQUE (SI-MMEA)

Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes–Equipe Génie Civil et Durabilité (GEMH-GCD)

## Thèse

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LIMOGES**

Discipline : Génie Civil

présentée et soutenue par

**Tuan Anh NGUYEN**

le 12 décembre 2014

**Approches expérimentales et numériques pour l'étude des  
transferts hygroscopiques dans le bois**

Thèse dirigée par **Frédéric DUBOIS**

Jean François DESTREBECQ	Professeur, Université de Clermont-Ferrand	Rapporteur
Sabine CARE	Directeur de Recherche, IFSTTAR/Champs sur Marne	Rapporteur
Joseph GRIL	Directeur de Recherche, CNRS/Montpellier	Examineur
Colette SIRIEIX	Professeur, Université de Bordeaux	Examineur
Nicolas ANGELLIER	Maître de Conférences, Université de Limoges	Examineur
Laurent ULMET	Maître de Conférences, Université de Limoges	Examineur
Frédéric DUBOIS	Professeur, Université de Limoges	Examineur



## Droits d'auteurs



Cette création est mise à disposition selon le Contrat : « **Paternité-Pas d'Utilisation Commerciale-Pas de modification 3.0 France** » disponible en ligne :  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/fr/>



## Remerciements

Ce travail, financé par la région Limousin, a été réalisé au sein de l'équipe Génie Civil & Durabilité du Groupe d'Etudes des Matériaux Hétérogènes.

Je tiens à exprimer, en premier lieu, toute ma reconnaissance au professeur Frédéric DUBOIS, directeur de thèse, pour ses recommandations, ses qualités pédagogiques, ses conseils et sa confiance. Je lui adresse ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je souhaite également remercier profondément Nicolas ANGELLIER, pour son aide, sa rigueur, ses conseils, sa grande disponibilité et aussi pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ces années de thèse.

Je tiens aussi à remercier Laurent ULMET qui m'a guidé lors de mes premiers pas dans la programmation sous VBA et Castem, de ses conseils et ses nombreuses idées.

J'aimerais remercier Sabine CARE et Jean François DESTREBECQ pour leur travail en tant que rapporteurs mais également Colette SIRIEIX, et Joseph GRIL de m'avoir fait l'honneur d'examiner mon travail de thèse.

J'ai beaucoup apprécié l'aide et les conseils techniques apportés par le personnel du Campus Universitaire de Génie Civil (IUT, FST, PFT et laboratoire) d'Egletons qui m'ont permis de réaliser mon travail expérimental.

Enfin, à mes collègues et amis, un grand merci pour leurs encouragements et les échanges durant ces années passées ensemble.

Je n'oublie pas évidemment mes parents, mon frère et mon amie, malgré les kilomètres qui nous séparent : chacun à leur manière m'ont toujours aidé et soutenu.

# Nomenclature

## Diffusion hydrique

$B_m$	nombre Biot	/
$d_a$	masse volumique de l'eau absorbée dans les parois cellulaires	$\text{g/cm}^3$
$d_b$	masse volumique apparente du bois	$\text{g/cm}^3$
$\underline{\underline{D}}$	tenseur de diffusion hydrique orthotrope	/
$D$	coefficient de diffusion	$\text{m}^2/\text{s}$
$D_0$	coefficient de diffusion à l'état anhydre	$\text{m}^2/\text{s}$
$e$	épaisseur d'échantillon	m
HR	humidité relative	%
$L$	longueur d'échantillon	m
$k$	coefficient de non linéarité	/
$n_t$	nombre de profils à des temps différents	/
$n_p$	nombre de points spatiaux	/
$m_{\text{eau}}$	masse d'eau dans le bois	kg
$m_{\text{sèche}}$	masse sèche ou anhydre du bois	kg
$m_{\text{totale}}$	masse totale du bois	kg
$w$	teneur en eau	%
$w^*$	teneur en eau adimensionnelle	/
$w_{\text{eq}}$	teneur en eau d'équilibre	%
$w_{\text{num}}^j$	teneur en eau numérique de chaque position j	%
$w_{\text{exp}}^j$	teneur en eau mesurée de chaque position j	%
$\bar{w}_{\text{num}}$	teneur en eau moyenne numérique	%
$\bar{w}_{\text{mes}}$	teneur en eau moyenne mesurée	%
$w_{\text{ini}}$	teneur en eau initiale	%
$w_{\text{surf}}$	teneur en eau à la surface	%

S	coefficient d'échange surfacique	$\text{ms}^{-1}$
t	temps	s, h, jours
T	température	$^{\circ}\text{C}, ^{\circ}\text{K}$
$\Delta x$	pas de discrétisation spatiale	m
$\Delta t, \tau$	pas de discrétisation temporelle	s

### Méthode électrique

A	aire de section droite	$\text{m}^2$
$C_1, C_2$	électrodes d'injection	/
d	distance entre les deux électrodes	m
E, F	paramètres de la loi de passage	/
L	longueur d'échantillon	m
I	intensité électrique	A
$I_{C_1 C_2}$	intensité injectée entre $C_1$ et $C_2$	A
J	densité de courant	$\text{A.m}^{-2}$
K	facteur géométrique	/
N	nombre de photons traversant	/
$N_0$	nombre de photons envoyés	/
R	résistance	$\Omega$
$r_e$	rayon des électrodes	m
$P_1, P_2$	électrodes de réception	/
V	potentiel	V
$\Delta V_{P_1 P_2}$	différence de potentiel entre $P_1$ et $P_2$	V
$\lambda$	conductivité thermique	$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\sigma$	conductivité électrique	$\text{Sm}^{-1}$
$\varphi$	flux de chaleur	$\text{Wm}^{-2}$
$\rho_{\text{app}}$	résistivité apparente	$\Omega\text{m}$
$\mu$	coefficient d'atténuation massique	$\text{m}^2/\text{g}$
$\mu_s$	coefficient d'atténuation massique de la phase solide	$\text{m}^2/\text{g}$

$\mu_w$	coefficient d'atténuation massique de la phase liquide	$m^2/g$
$\mu_a$	coefficient d'atténuation massique de la phase gazeuse	$m^2/g$
$\rho$	masse volumique	$kg/cm^3$
$\rho_s$	masse volumique de la phase solide	$kg/cm^3$
$\rho_w$	masse volumique de la phase liquide	$kg/cm^3$
$\rho_a$	masse volumique de la phase gazeuse	$kg/cm^3$
$\theta$	fraction volumique	/
$\theta_s$	fractions volumiques du bois	/
$\theta_w$	fractions volumiques de l'eau	/
$x_i$	épaisseurs des phases i	m
X	épaisseur	m

### Méthode inverse

F	fonction objectif	/
d	données mesurées	/
f(m)	fonction du modèle	/
J	matrice jacobienne	/
q	différence entre les données mesurées et les réponses du modèle	/
$w_m$	matrice diagonale	/
$\Delta m$	le vecteur de correction	/
$\alpha$	coefficients associés aux opérations de réflexion	/
$\beta$	coefficients associés aux opérations de dilatation	/
$\gamma$	coefficients associés aux opérations de contraction	/
$\lambda$	facteur d'amortissement	/
$\alpha^*$	facteur de diminution du facteur d'amortissement	/
$\beta^*$	facteur d'augmentation du facteur d'amortissement	/



## Table des matières

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I: CONTEXTE ET PROBLEMATIQUE .....</b>	<b>5</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>5</b>
<b>1. Généralités sur le matériau bois .....</b>	<b>5</b>
<i>1.1. Structure du bois .....</i>	<i>5</i>
1.1.1. Echelle macroscopique.....	6
1.1.2. Echelle microscopique .....	7
1.1.3. Structure de la paroi cellulaire .....	8
<i>1.2. L'eau dans le bois .....</i>	<i>9</i>
1.2.1. Teneur en eau .....	10
1.2.2. Teneur en eau d'équilibre.....	10
1.2.3. Point de saturation des fibres .....	11
1.2.4. Phénomène d'hystérésis.....	11
<b>2. Diffusion hydrique dans le domaine hygroscopique .....</b>	<b>12</b>
<i>2.1. Loi de diffusion.....</i>	<i>12</i>
<i>2.2. Détermination des paramètres de diffusion en régime transitoire .....</i>	<i>14</i>
2.2.1. Absence de résistance aux transferts externes.....	15
2.2.2. Résistance aux transferts externes.....	18
<i>2.3. Détermination par méthode inverse des paramètres de diffusion.....</i>	<i>19</i>
2.3.1. Méthode numérique.....	19
2.3.2. Détermination des paramètres de diffusion.....	20
<b>3. Algorithmes d'optimisation .....</b>	<b>25</b>
<i>3.1. Méthode du Simplexe .....</i>	<i>25</i>
<i>3.2. Méthode de Gauss Newton.....</i>	<i>27</i>

3.3.	<i>Méthode de Levenberg-Marquardt</i> .....	28
<b>4.</b>	<b>Méthodes de mesure non destructives de la teneur en eau dans le bois</b> .....	31
4.1.	<i>Méthodes radiométriques</i> .....	31
4.1.1.	Méthode des rayons X .....	32
4.1.2.	Méthode gammadensimétrique .....	33
4.2.	<i>Méthodes électriques</i> .....	35
4.2.1.	Propriétés électriques du bois .....	36
4.2.2.	Généralités sur l'imagerie électrique .....	43
4.2.3.	Modélisation directe de l'imagerie électrique .....	47
4.2.4.	Modélisation inverse de l'imagerie électrique .....	48
4.2.5.	Imagerie électrique appliquée aux matériaux du Génie Civil .....	50
	<b>Conclusion</b> .....	53
	<b>CHAPITRE II : DETERMINATION DES PARAMETRES DE DIFFUSION PAR METHODE INVERSE</b> .....	55
	<b>Introduction</b> .....	55
<b>1.</b>	<b>Modèle de diffusion par différences finies</b> .....	55
1.1.	<i>Modèle théorique</i> .....	56
1.2.	<i>Discretisation spatiale et temporelle</i> .....	57
1.3.	<i>Critères de convergence</i> .....	59
1.3.1.	Critère diffusif .....	59
1.3.2.	Critère diffusif et surfacique .....	60
1.3.3.	Choix du critère de convergence .....	60
1.4.	<i>Modèle direct de diffusion</i> .....	61
1.4.1.	Programmation du modèle .....	61
1.4.2.	Validation du modèle .....	64

<b>2. Méthode inverse de détermination des paramètres de diffusion .....</b>	<b>67</b>
2.1. Schéma de détermination des paramètres de diffusion.....	67
2.2. Identification des paramètres de diffusion à partir des mesures de pesée.....	69
2.2.1. Fonction objectif et critères d'arrêt .....	69
2.2.2. Validation de la méthode inverse .....	70
2.3. Méthode d'optimisation multi échelon.....	76
2.3.1. Dispositif expérimental .....	76
2.3.2. Choix des données expérimentales pour alimenter l'algorithme d'inversion .....	79
2.3.3. Résultats d'identification des paramètres de diffusion .....	84
2.4. Optimisation des paramètres de diffusion : identification couplée sur des profils d'humidité indépendants. ....	87
2.4.1. Adaptation de la fonction objectif.....	88
2.4.2. Méthode gammadensimétrique .....	88
2.4.3. Identification couplée.....	92
<b>Conclusion.....</b>	<b>98</b>
 <b>CHAPITRE III : CARACTERISATION DES CHAMPS HYDRIQUES PAR IMAGERIE ELECTRIQUE .....</b>	 <b>99</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>99</b>
<b>1. Injection de courant électrique .....</b>	<b>100</b>
1.1. Adaptation d'un dispositif de mesure résistive à l'échelle du matériau bois.....	100
1.1.1. Présentation du résistivimètre .....	100
1.1.2. Adaptation au matériau bois.....	101
1.2. Protocoles expérimentaux.....	107
1.2.1. Dispositif expérimental .....	107
1.2.2. Protocole de la mesure électrique unidirectionnelle .....	108



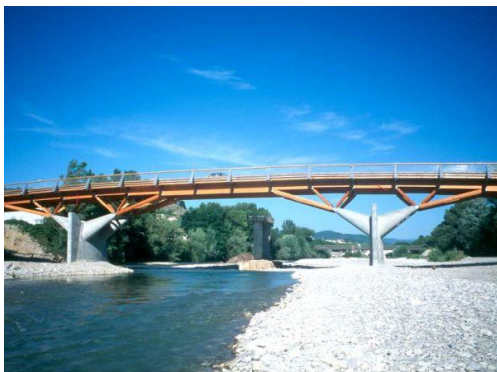
1.2.3. Protocole de la mesure électrique en 2D .....	110
1.3. Mesure électrique.....	112
1.3.1. Cas unidirectionnel.....	112
1.3.2. Cas bidimensionnel .....	113
<b>2. Modèle numérique.....</b>	<b>114</b>
2.1. Modélisation par éléments finis .....	115
2.1.1. Analogie thermique .....	115
2.1.2. Maillages .....	116
2.1.3. Modélisation de l'injection électrique.....	117
2.2. Applications.....	118
2.2.1. Modèle de diffusion hydrique 1D .....	118
2.2.2. Modèle de diffusion hydrique 2D .....	120
<b>3. Méthode inverse.....</b>	<b>123</b>
3.1. Détails de la stratégie numérique d'inversion .....	123
3.2. Validation numérique.....	125
3.2.1. Modèle 1D.....	126
3.2.2. Modèle 2D.....	132
3.3. Applications du modèle inverse pour déterminer la résistivité dans les échantillons bois .....	134
3.3.1. Modèle 1D.....	135
3.3.2. Modèle 2D.....	139
<b>4. Paramètres de la loi de passage.....</b>	<b>144</b>
4.1. Stratégie numérique d'inversion .....	144
4.2. Identification de la loi de passage.....	145
<b>Conclusion.....</b>	<b>149</b>

<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>151</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>153</b>
<b>ANNEXE A1 : MODELE DE DIFFUSION PAR DIFFERENCES FINIES EN 2D .....</b>	<b>161</b>
<b>ANNEXE A2 : EVOLUTION DE LA TENEUR EN EAU MOYENNE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE .....</b>	<b>165</b>
<b>ANNEXE A3 : PROFILS DE TENEUR EN EAU CALCULES A PARTIR DES MESURES DE RESISTIVITE .....</b>	<b>169</b>
<b>Table des tableaux.....</b>	<b>177</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>180</b>



# INTRODUCTION GENERALE

Dans un contexte environnemental bénéfique à l'utilisation, dans les structures du Génie Civil, des matériaux à faible consommation d'énergie grise, le matériau bois présente des avantages considérables allant jusqu'à être un puits de carbone. Si le matériau bois a toujours fait partie de la famille des matériaux de construction, il a souvent joué les seconds rôles. Aujourd'hui, l'intérêt de ce matériau, comme acteur principal, est freiné par sa complexité à le maîtriser (orthotropie matérielle, viscoélasticité, thermo et hygro sensibilité, diffusion hydrique, etc.), par les problématiques liées à la durabilité dans des environnements humides (humidité interne au-delà de 20%) et par sa fissurabilité dans des ambiances sèches (bâtiments industriels en période de chauffage). L'histoire récente a cependant connu des conceptions hors norme utilisant le bois comme matériau principal de structure. Dans le domaine des ouvrages d'art, par exemple, des maîtres d'ouvrages visionnaires ont choisi le bois comme matériau structurant, Figure 1.



Pont Routier sur la Drôme à Crest (26)



Pont Routier des Fayettees à Valbonnais (38)



Pont Routier de Merle (19)



Passage Supérieur du Chavanon (19)

Figure 1 : Ouvrages d'art en bois en France

Cependant de tels ouvrages nécessitent une politique de maintenance associée à des stratégies d'inspection adaptées aux risques liés à l'utilisation du matériau bois. Dans ce contexte, les risques de fissuration et/ou d'attaques biologiques où les déformées à long termes sont plus ou moins corrélées au chargement mécanique mais également au chargement hydrique, interpellent les gestionnaires d'ouvrage. Dans ce dernier cas, un diagnostic efficace de structures nécessite la connaissance du niveau d'humidité dans les éléments structuraux. Aujourd'hui, seules des mesures ponctuelles de surface, via l'utilisation d'hygromètres (mesure électrique directe), donnent une information du niveau d'humidité interne souvent limitée à la surface des éléments. Cette mesure demeure aujourd'hui largement insuffisante et ne permet pas de donner une information suffisante pour définir l'état hydrique à l'échelle d'un élément. La Figure 2 illustre cette stratégie concernant les ponts de Merle et du Chavanon pour lesquels le laboratoire GEMH avait en charge le suivi hydrique. Cependant, les données collectées permettent de donner des ordres de grandeur d'humidité mais ne permettent pas un diagnostic complet des sections transversales.



Sondes hydriques mises en place en atelier (Pont de Merle)



Sondes hydriques mises en place in situ (Passage Supérieur du Chavanon)

Figure 2 : Sondes résistives ponctuelles sur Ouvrages

Suite à ces expériences enrichissantes mais frustrantes, le Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes et son département Génie Civil et Durabilité met en place des stratégies non destructives afin d'augmenter les outils de diagnostic et de monitoring d'ouvrage. La mesure du champ hydrique dans des sections massives d'éléments de structures fait l'objet de ce travail de thèse.

Les méthodes résistives nous semblant une solution réaliste dans la mesure de l'humidité dans le bois, ce travail repose principalement sur l'adaptation des méthodes multiplexées utilisées dans le domaine de la géophysique concernant le diagnostic des structures multicouches par mesure de densité. Cette technique mixant mesures électriques et inversion numérique mérite cependant d'être adaptée. En effet, les méthodes employées en géophysique sont adaptées à des milieux semi-infinis avec une mesure par strates bidimensionnels. L'utilisation de cette technique pour des structures en bois nécessite de transposer cette solution à une géométrie finie tridimensionnelle.

Pour aborder ce sujet, il est nécessaire de maîtriser la diffusion dans le matériau bois, les techniques actuelles de caractérisation des propriétés de diffusion adaptées à des processus non linéaires, le principe de la mesure de l'humidité interne par mesure de résistivité et enfin les méthodes inverses employées en géophysique. L'ensemble de cette base représente le premier chapitre de ce mémoire.

Avant d'aborder le principe même de la mesure électrique par multiplexage et l'inversion numérique, le deuxième chapitre traite plus particulièrement des améliorations à apporter concernant les techniques de caractérisation des cinétiques de diffusion liées aux propriétés intrinsèques du matériau bois étudié. L'enrichissement apporté, d'une part, par la mesure gammadensimétrique de profils hydriques spatiaux lors d'essais d'adsorption ou de désorption et, d'autre part, par le développement de méthodes d'optimisation de type simplexe est largement discuté dans ce chapitre.

Enfin, le développement de la technique de mesure de résistivité quadripôle est proposé dans un troisième chapitre. L'ensemble de l'outil expérimental et numérique est développé et implémenté dans le code aux éléments finis Castem, et ce, adapté à l'approche multiplexée. Des applications 1D et 2D sont abordées, dans un premier temps, par des

approches théoriques et, dans un second temps, par des applications expérimentales. Les résultats sont argumentés et analysés afin de mettre en valeur l'apport réel du dispositif développé dans la mesure des champs hydriques et de fixer les limites physiques actuelles imposées par le matériel utilisé en proposant, au regard de nos connaissances et de notre expertise actuelle, des perspectives scientifiques à visiter afin d'apporter des améliorations à notre outil.



# CHAPITRE I: CONTEXTE ET PROBLEMATIQUE

## Introduction

L'interaction entre la variation de l'humidité relative dans l'environnement et les caractéristiques mécaniques et physiques du bois demeure un problème complexe dans l'utilisation et la durabilité de ce matériau dans des structures du Génie Civil. Le bois étant un matériau hygroscopique, il est susceptible de perdre ou de reprendre de l'humidité en fonction de la température et de l'humidité relative de l'air ambiant. Cette spécificité est à l'origine de plusieurs phénomènes physiques dans le bois. Ce chapitre contribue, dans un premier temps, à rappeler quelques notions essentielles traitant des caractéristiques hygroscopiques de base du matériau bois. L'objectif, poursuivi dans un deuxième temps, est de présenter les paramètres de diffusion ainsi que les différentes méthodes pour modéliser le transfert hydrique. La dernière partie est consacrée à la représentation des techniques de laboratoire et in-situ pour déterminer la teneur en eau dans les structures en bois.

## 1. Généralités sur le matériau bois

### 1.1. Structure du bois

Le bois peut être considéré comme un matériau composite d'une très grande complexité caractérisé par une hétérogénéité aux différentes échelles physiques et présentant un comportement fortement anisotrope. La description du matériau bois à différentes échelles de structure permet de comprendre ses caractéristiques hygroscopiques. L'anatomie complexe du bois peut être considérée à l'échelle macroscopique, microscopique, ou moléculaire, Figure I. 1.



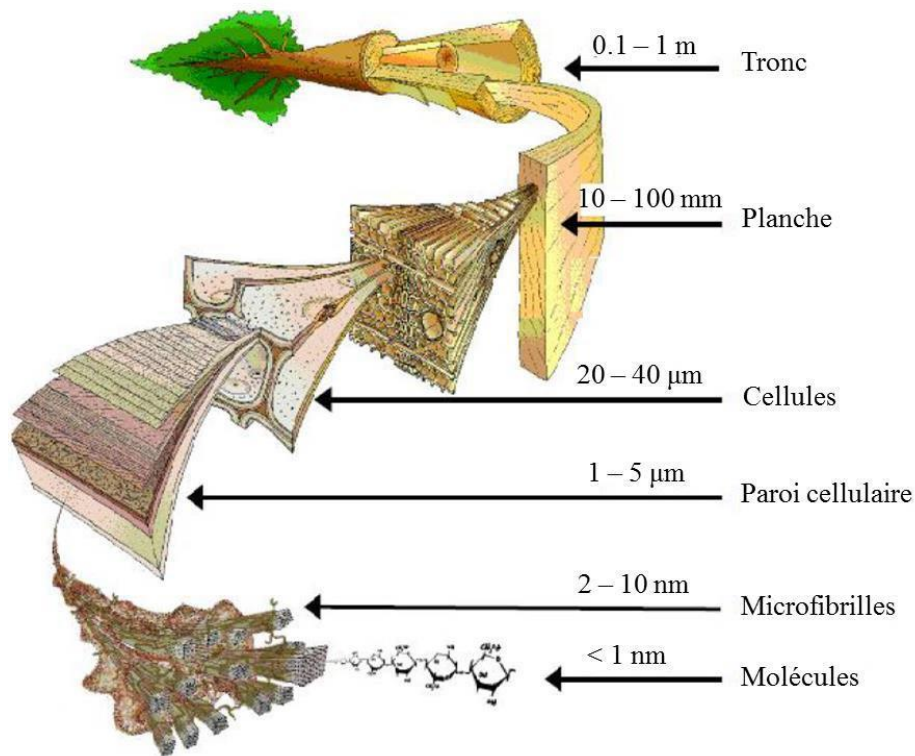


Figure I. 1 : Structure du bois de l'échelle macroscopique à l'échelle moléculaire  
(Harrington, et al. 1998)

### 1.1.1. Echelle macroscopique

A l'échelle macroscopique, les principales parties d'un morceau du tronc d'un arbre sont, depuis l'extérieur jusqu'à l'intérieur, l'écorce, le phloème, le cambium, l'aubier et le bois de cœur, Figure I. 2a.

Le bois possède une structure cellulaire orientée principalement selon la direction de l'axe de l'arbre. On distingue trois directions privilégiées : la direction longitudinale parallèle à celle des fibres, la direction radiale perpendiculaire aux cernes de croissance et la direction tangentielle perpendiculaire aux deux autres.

- Le plan transversal (CT) est un plan de coupe perpendiculaire à l'axe longitudinal du bois.
- Le plan longitudinal radial (CLR) est un plan de coupe qui contient l'axe longitudinal du bois.

- Le plan longitudinal tangentiel (CLT) est un plan de coupe parallèle à l'axe longitudinal qui ne contient pas ce dernier, Figure I. 2b.

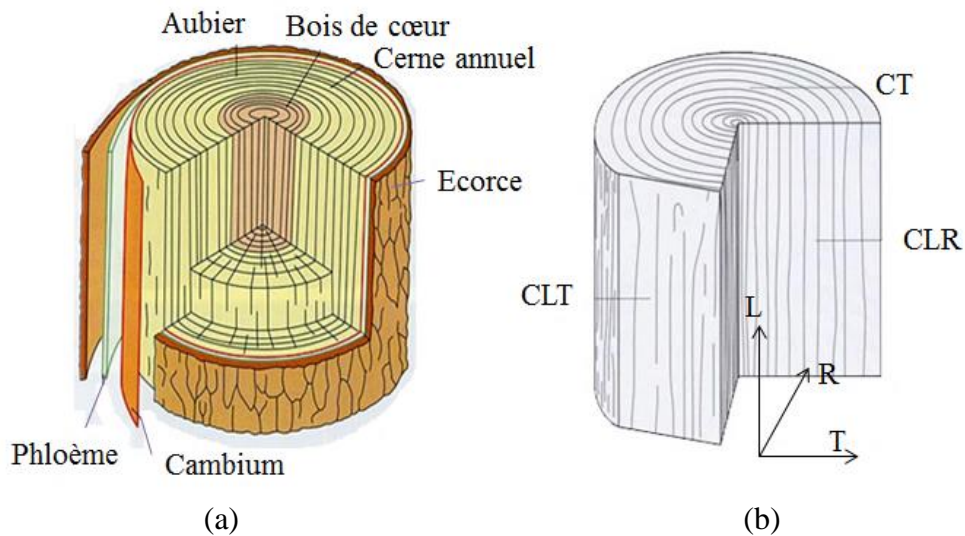


Figure I. 2: Principales parties d'un morceau du tronc d'un arbre (a) et les plans de coupe (b) (Passas 2008)

### 1.1.2. Echelle microscopique

Le bois est formé essentiellement de trachéides verticales, qui sont des cellules orientées dans le sens longitudinal et jouant le rôle de conduction et également de soutien de l'arbre. Ces trachéides possèdent des ponctuations aérolées permettant de faire circuler la sève d'une trachéide à une autre. Les trachéides de bois de printemps ont des parois minces avec un diamètre intérieur important permettant un plus grand passage de la sève ; ce qui donne également une masse volumique faible. Au contraire elles ont des parois épaisses avec un diamètre intérieur faible et une masse volumique importante dans le bois d'été.

Les canaux résinifères sont entourés de cellules qui produisent de la résine. Ils ne sont présents que dans certaines essences et peuvent être disposés parallèlement aux trachéides.

Dans le sens radial, les rayons ligneux transportent la sève. Leur présence explique l'anisotropie dans le plan radial transversal, de retrait gonflement et de diffusion, Figure I. 3.

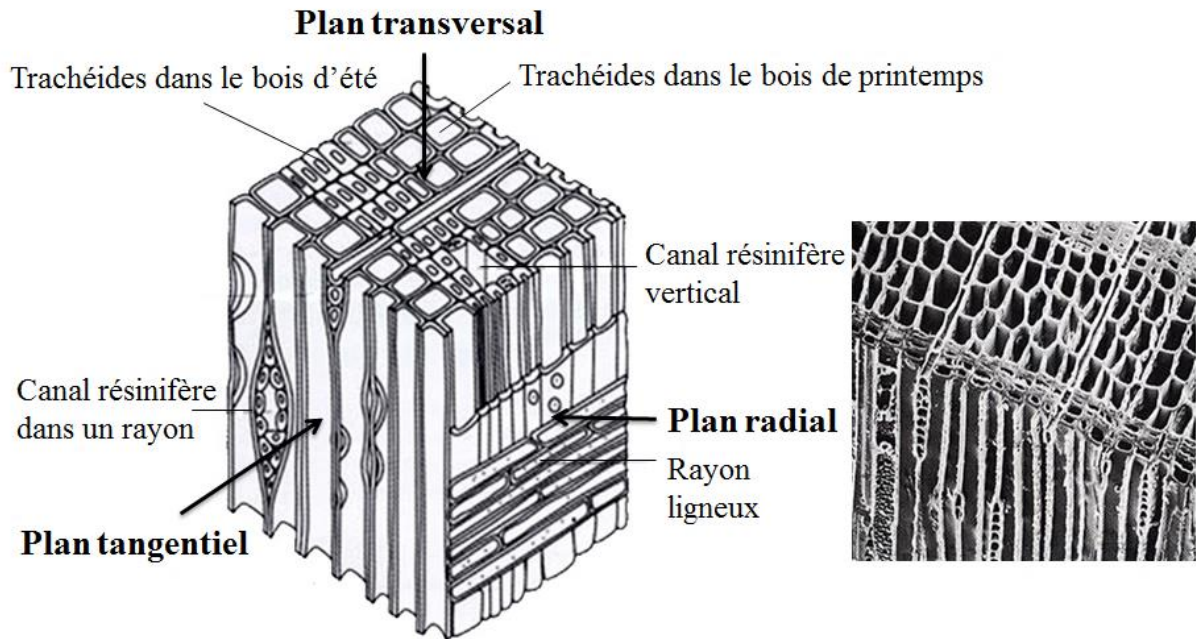


Figure I. 3 : Structure de résineux : vue schématique et vue au microscope électronique à balayage (Passas 2008)

### 1.1.3. Structure de la paroi cellulaire

A l'échelle du micron, on observe les différentes couches de la paroi cellulaire et intercellulaire. La paroi cellulaire est composée de deux sous-parois : une paroi primaire entourée par la lamelle mitoyenne et une paroi secondaire interne composée de 3 couches.

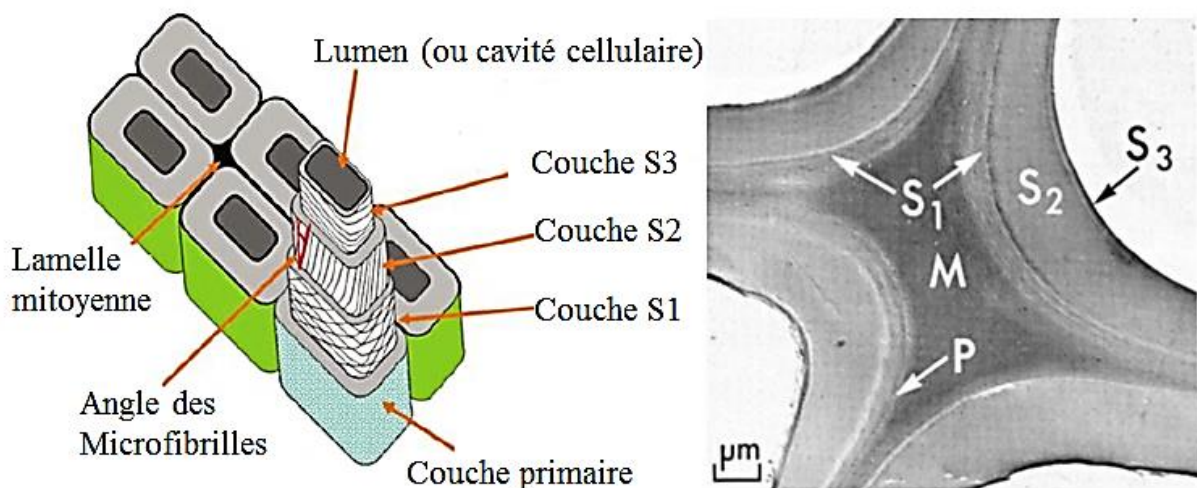


Figure I. 4 : Structure de la paroi cellulaire (Dupleix 2011)

La lamelle mitoyenne est composée de substances pectiques et de lignine. Elle constitue le lien entre les cellules.

La paroi primaire est principalement composée d'hemicellulose et de lignine. Elle est constituée de microfibrilles orientées aléatoirement.

La paroi secondaire (S) est divisée en trois couches ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ). Elle est plus épaisse que la paroi primaire et plus rigide. Elle est composée, en grande partie, de cellulose cristalline. La couche  $S_2$  constitue en moyenne jusqu'à 85% de l'épaisseur de la paroi S et se caractérise par une inclinaison des microfibrilles par rapport à l'axe de la tige, Figure I. 4.

## 1.2. L'eau dans le bois

Le bois est un matériau qui contient de l'eau sous quatre formes :

- L'eau libre : elle remplit les vides cellulaires et est soumise aux forces capillaires et de gravité. Elle se déplace facilement dans le bois et disparaît en premier lors du séchage après abattage ;
- L'eau liée : elle imprègne les membranes cellulaires et se déplace plus lentement ;
- L'eau de constitution : c'est un élément chimique du bois qui ne disparaît complètement qu'après destruction du matériau ;
- Vapeur d'eau : elle est présente dans la cavité cellulaire et est en équilibre avec l'eau libre et l'eau liée.

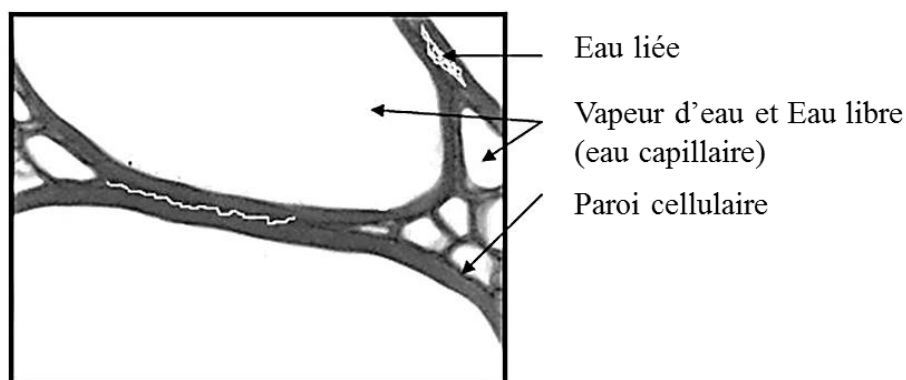


Figure I. 5 : Schéma de distribution de l'eau dans la structure de bois (Nabhani 2007)

Le transport d'humidité dans le bois peut être subdivisé en trois catégories principales : la forme liquide (forces capillaires et mouvements de filtration), adsorbée (diffusion dans les parois cellulaires) et gazeuse (diffusion de vapeur d'eau dans les vides par convection gazeuse), Figure I. 5. En effet, le gaz et le liquide sont transportés par convection à travers les vides dans le matériau via un gradient de pression dans chaque phase. Dans la phase liquide, la pression capillaire constitue la force motrice, (Nabhani 2007).

### 1.2.1. Teneur en eau

Plusieurs propriétés physiques et mécaniques du bois dépendent de sa teneur en eau. Elle est définie comme le rapport entre la masse d'eau et la masse sèche d'un échantillon de bois :

$$w = \frac{m_{\text{eau}}}{m_{\text{sèche}}} = \frac{m_{\text{totale}} - m_{\text{sèche}}}{m_{\text{sèche}}} \quad (\text{I.1})$$

$w$  : teneur en eau (%) ;

$m_{\text{eau}}$  : masse d'eau dans le bois (kg) ;

$m_{\text{sèche}}$  : masse sèche ou anhydre du bois obtenue par séchage en étuve à 103°C (kg) ;

$m_{\text{totale}}$  : masse totale du bois (kg).

### 1.2.2. Teneur en eau d'équilibre

Lorsque le bois est exposé à une température et à une humidité relative constantes, il se stabilise à une teneur en eau d'équilibre, dit équilibre hygroscopique, à partir de laquelle, le bois ne gagne ni ne perd d'humidité. Une relation qui donne la teneur en eau d'équilibre en fonction de l'humidité relative et de la température est représentée selon la forme phénoménologique suivante (Samuel 2010) :

$$w_{\text{eq}} = \frac{1.800}{W} \left[ \frac{K \cdot HR}{1 - K \cdot HR} + \frac{K_1 \cdot K \cdot HR + 2K_1 \cdot K_2 \cdot K^2 \cdot HR^2}{1 + K_1 \cdot K \cdot HR + K_1 \cdot K_2 \cdot K^2 \cdot HR^2} \right] \quad (\text{I.2})$$

$w_{\text{eq}}$  : teneur en eau d'équilibre (%) ;

$HR$  : humidité relative (%) ;

T : température en (°C) ;

$$W = 349 + 1.29T + 0.0135T^2 ;$$

$$K = 0.805 + 0.000736T - 0.00000273T^2 ;$$

$$K_1 = 6.27 - 0.00938T - 0.00000T^2 ;$$

$$K_2 = 1.91 + 0.0407T - 0.0002893T^2 .$$

### 1.2.3. Point de saturation des fibres

Le Point de Saturation des Fibres (PSF) correspond au taux d'humidité du bois saturé en eau liée, taux en dessous duquel le bois va commencer à sécher en se contractant (retrait hydrique). Le PSF varie de 20 à 40% suivant les essences, mais se situe le plus souvent aux environs de 30%. Ce point de saturation dépend principalement de l'essence et de sa masse volumique.

### 1.2.4. Phénomène d'hystérésis

La relation entre teneur en eau et humidité relative (à température constante) est définie par une isotherme de sorption, Figure I. 6.

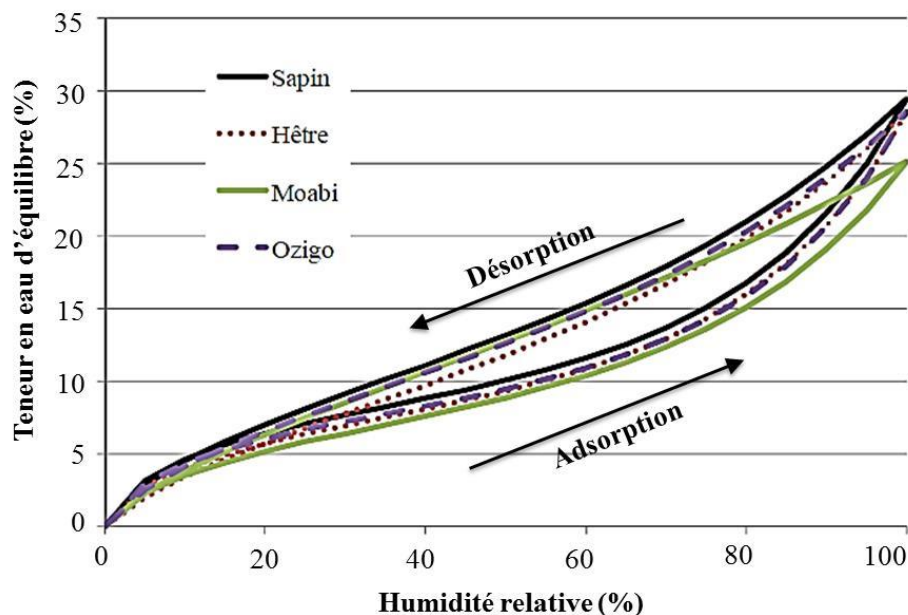


Figure I. 6 : Ensemble des isothermes de sorption pour les 4 essences testées  
(Manfoumbi 2012)



La quantité d'eau absorbée à partir d'un état sec à l'état d'équilibre est toujours inférieure à celle retenue dans le processus de séchage à partir d'un état humide à l'équilibre avec la même humidité relative (Merakeb 2006). Les deux courbes sont en général différentes car le phénomène n'est pas réversible. Il y aura des modifications de structure et de porosité lors du séchage (désorption) ou lors de l'humidification (adsorption). On observe, entre ces deux courbes, le phénomène d'hystérésis. Le rapport entre la teneur en eau d'équilibre d'adsorption et celle de désorption est d'environ 0.8 et varie, selon l'espèce, avec l'humidité relative et la température. Nous présentons ici un ensemble d'isothermes de sorption pour quatre essences : Sapin, Hêtre, Moabi et Ozigo traitées dans la thèse de Manfoumbi (2012), pour une température de 20°C.

## 2. Diffusion hydrique dans le domaine hygroscopique

La diffusion hydrique est un phénomène de transport de l'eau dans le bois des zones les plus humides vers les zones plus sèches. De nombreux auteurs ont mené des études dont le but était de mieux connaître la diffusion hydrique dans le bois. L'objectif de cette partie est de présenter les grandeurs physiques de la diffusion hydrique et de rappeler les méthodes couramment employées pour les mesurer.

### 2.1. Loi de diffusion

Le processus de diffusion peut être traité par des approches à la fois analytiques et expérimentales en utilisant l'équation de Fick (Perre & Degiovanni 1990). Dans des conditions isothermes, la loi de Fick s'écrit sous la forme tridimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \vec{\nabla} \underline{\underline{D}}(w) \vec{\nabla}(w) \quad (I.3)$$

$\underline{\underline{D}}$  est le tenseur de diffusion hydrique orthotrope dont les valeurs propres sont  $D^L, D^R, D^T$  suivant les directions longitudinale, radiale et transversale.

Dans un système de diffusion unidirectionnelle, considérons un échantillon d'épaisseur  $e$ , Figure I. 7. On obtient l'expression de la seconde loi de Fick unidirectionnelle suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (I.4)$$

$$0 < x < e, t > 0$$

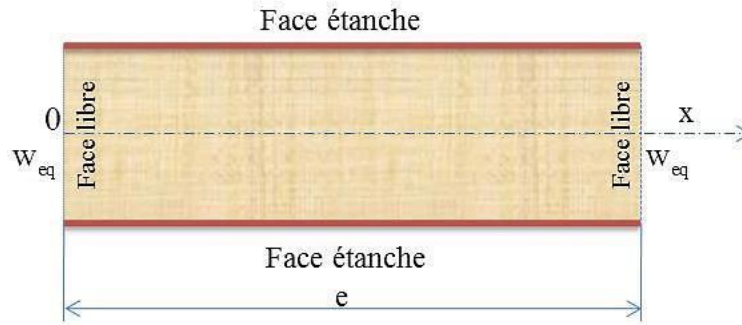


Figure I. 7 : Géométrie de l'échantillon

A la surface de l'échantillon, si la résistance de transfert hydrique externe est négligeable, la condition de bord est :

$$w_{\text{surf}} = w_{\text{eq}} \quad (I.5)$$

$$x = e, x = 0, t > 0$$

$w_{\text{surf}}$  : teneur en eau à la surface ;

$w_{\text{eq}}$  : teneur en eau d'équilibre.

Si, au contraire, on considère une résistance du transfert hydrique externe, la condition de bord devient (Simpson & Liu 1991; Simpson 1993; Lasserre 2000; Simpson & Liu 1997) :

$$D \frac{\partial w}{\partial x} = S(w_{\text{surf}} - w_{\text{eq}}) \quad (I.6)$$

$$x = 0, t > 0$$

$$D \frac{\partial w}{\partial x} = -S(w_{\text{surf}} - w_{\text{eq}}) \quad (I.7)$$

$$x = e, t > 0$$

$S$  : coefficient d'échange surfacique (m/s).

Dans le cas d'un processus de diffusion non linéaire, le coefficient de diffusion dépend de la teneur en eau selon l'expression suivante (Droin Josserand et al. 1989) :



$$D = D_0 \exp(kw) \quad (I.8)$$

$D_0$  : coefficient de diffusion à l'état anhydre ( $m^2/s$ ) ;

$k$  : coefficient de non linéarité.

En considérant l'influence de la température, le coefficient de diffusion peut être représenté par (Simpson 1993) :

$$D = A \exp\left(-\frac{5280}{T}\right) \exp(Bw) \quad (I.9)$$

$T$  : température exprimée en Kelvin (K) ;

$A, B$  : constantes intrinsèques.

## 2.2. Détermination des paramètres de diffusion en régime transitoire

Plusieurs méthodes, permettant d'évaluer le coefficient de diffusion à partir des courbes d'évolution de la teneur en eau moyenne en fonction de temps, sont proposées et utilisées dans la littérature. Nous allons les présenter brièvement ainsi que les hypothèses physiques sur lesquelles elles reposent.

La teneur en eau adimensionnelle est définie par (Agoua et al. 2001; Boulaoued & Mhimid 2012) :

$$w^* = \frac{w - w_{ini}}{w_{eq} - w_{ini}} \quad (I.10)$$

$w^*$  : teneur en eau adimensionnelle ;

$w_{ini}$  : teneur en eau initiale.

Le transfert d'humidité est supposé unidirectionnel, l'humidité initiale uniformément distribuée et le coefficient de diffusion de l'humidité constant. Dans ce cas, la loi de Fick (I.4) peut être représentée comme suit :

$$\frac{\partial w^*}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \quad (I.11)$$

### 2.2.1. Absence de résistance aux transferts externes

#### 2.2.1.1. Hypothèse de diffusion dans un milieu semi-infini

La résistance aux transferts externes étant négligée, les conditions aux limites deviennent :

$$\begin{aligned} \text{à } t = 0, w^* &= 0 \\ t > 0, w^*_{x=0} &= 1 \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

On introduit le changement de variable telle que :

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4Dt}} \quad (\text{I.13})$$

La loi de Fick (I.4) devient :

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} + 2\eta \frac{\partial w^*}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Les conditions aux limites (I.12) deviennent :

$$w^*(\eta \rightarrow \infty) = 0; w^*(\eta = 0) = 1 \quad (\text{I.15})$$

La solution analytique peut être obtenue par l'expression suivante :

$$w^* = \text{erfc}(\eta) = \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right) \text{ avec } \text{erf}(\eta) = \frac{2}{\pi} \int_0^\eta \exp(-\eta^2) d\eta \quad (\text{I.16})$$

Finalement, l'humidité moyenne (intégration sur l'épaisseur totale  $e$ ) est définie par :

$$\bar{w}^*(t) = \frac{\Delta m(t)}{|\Delta m|_{\text{total}}} = \frac{4}{e} \sqrt{\frac{Dt}{\pi}} \quad (\text{I.17})$$

L'hypothèse de milieu semi-infini n'est valable que pour les premiers instants. Par ailleurs, l'échange à l'interface perturbe la forme initiale de la courbe. En pratique, le

coefficient de diffusion est déterminé à partir de la pente de la partie linéaire de la courbe

$\frac{\Delta m(t)}{[\Delta m]_{\text{total}}}$  en fonction de la racine carrée du temps, Figure I. 8, (Agoua et al. 2001).

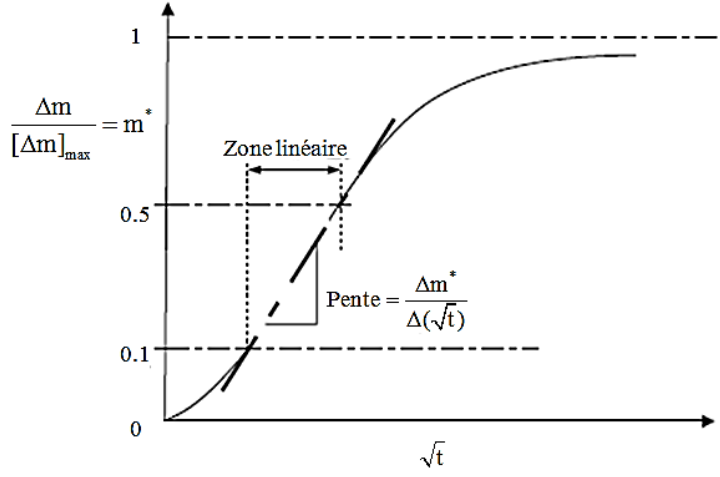


Figure I. 8 : Détermination graphique du coefficient de diffusion

#### 2.2.1.2. Hypothèse de diffusion dans des milieux finis

Cette méthode utilise l'hypothèse d'un milieu fini. La condition aux limites est imposée sur les deux faces d'échange, et ce, en considérant un échantillon d'épaisseur  $e$ , Figure I. 7 :

$$w(0, t) = w_{eq}; w(e, t) = w_{eq}; \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=\frac{e}{2}} = 0 \quad (I.18)$$

En utilisant l'équation (I.10), la condition aux limites devient :

$$w^*(0, 0) = 0; w^*(0, t) = 1, w^*(e, t) = 1; \left( \frac{\partial w^*}{\partial x} \right)_{x=\frac{e}{2}} = 0 \quad (I.19)$$

En appliquant la méthode de séparation des variables, cette solution peut être représentée par le produit de deux fonctions ; une dépendant de la position  $x$  et l'autre du temps  $t$  (Agoua et al. 2001; Boulaoued & Mhimid 2012; Sid Ahmed et al. 2009) tel que :

$$w^*(x, t) = X(x).Y(t) \quad (I.20)$$

La forme générale de la solution est alors :

$$w^*(x, t) = [A_1 \cos(kx) + A_2 \sin(kx)] \exp(-Dk^2 t) \quad (I.21)$$

A la position  $x$  et à l'instant  $t$ , la teneur en eau analytique adimensionnée prend la forme de la série suivante :

$$w^*(x, t) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \exp\left[-\left(\frac{(2n+1)\pi}{e}\right)^2 Dt\right] \times \sin\left(\frac{2n+1}{e} \pi x\right) \quad (I.22)$$

L'humidité moyenne est obtenue par intégration sur l'épaisseur totale  $e$ . En utilisant le nombre de Fourier massique  $\tau = Dt / e^2$ , on obtient :

$$\overline{w}^*(t) = 1 - \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} \exp\left[-(2n+1)^2 \pi^2 \tau\right] \quad (I.23)$$

Pour  $n=0$  (premier terme de la série), nous avons :

$$\overline{w}^*(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\pi^2 \tau\right] \quad (I.24)$$

Soit  $t_{0.5}$ , le temps de demi sorption correspondant à  $\overline{w}^*(t) = 0.5$ . Nous avons :

$$0.5 = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2}{e} Dt_{0.5}\right] \quad (I.25)$$

Le coefficient de diffusion est alors déterminé par :

$$D = \frac{e^2}{\pi^2 t_{0.5}} \ln\left(\frac{16}{\pi^2}\right) \approx 0.049 \frac{e^2}{t_{0.5}} \quad (I.26)$$

Connaissant l'épaisseur de l'échantillon et le temps de demi-sorption, on a finalement la capacité d'en déduire le coefficient  $D$ .

### 2.2.2. Résistance aux transferts externes

Cette méthode prend en compte les échanges surfaciques aux interfaces de l'échantillon (I.6). En calculant  $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)$ , à partir de la solution physique  $X = X_0 \exp(-\beta^2 Dt) \cos(\beta x)$ , l'identité donnant le flux conduit à l'équation suivante (Agoua et al. 2001) :

$$\delta \tan \delta = \frac{Se}{D\rho_0} = B_m \quad (I.27)$$

$B_m$  est le nombre Biot défini comme le rapport de la résistance aux transferts internes par la résistance aux transferts externes. La solution complète admet alors la forme suivante :

$$\bar{w}^*(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \delta_m}{\delta_m + \sin \delta_m \cos \delta_m} \exp(-\delta_m^2 \tau) \cos(\delta_m \frac{x}{e}) \quad (I.28)$$

L'humidité moyenne de l'échantillon est donnée par :

$$\bar{w}^*(x, t) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \delta_m}{\delta_m + \sin \delta_m \cos \delta_m} \exp(-\delta_m^2 \tau) \quad (I.29)$$

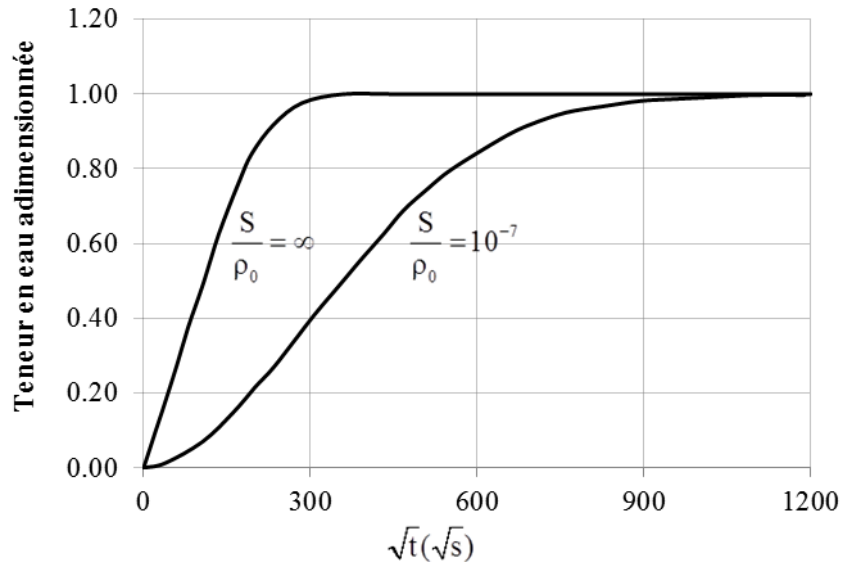


Figure I. 9: Evolution de la teneur en eau adimensionnée (Agoua et al. 2001)

L'équation (I.29) permet de déterminer la courbe numérique d'évolution de masse en fonction des paramètres tels que l'épaisseur  $e$ , le coefficient de diffusion  $D$ , les masses initiale et finale ainsi que le coefficient d'échange surfacique  $S$ . La Figure I. 9 montre l'effet de la résistance aux transferts externes sur la réponse en teneur en eau de l'échantillon. Avec une résistance élevée, la montée initiale en teneur en eau est très lente, et vice et versa.

### **2.3. Détermination par méthode inverse des paramètres de diffusion**

La détermination des paramètres de diffusion repose principalement sur, d'une part, l'utilisation d'un outil de simulation numérique et, d'autre part, son couplage avec un algorithme de résolution inverse.

#### **2.3.1. Méthode numérique**

La méthode numérique est bien adaptée à la détermination des paramètres de diffusion car le calcul numérique permet de résoudre des systèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires de diffusion et peut être utilisé comme un modèle direct pour déterminer des profils spatiaux ou l'évolution de la teneur en eau moyenne globale au cours du temps. Le calcul numérique peut être basé sur des méthodes de résolution numérique telles que la méthode des éléments finis (Weres et al. 2009; Olek et al. 2011), la méthode des différences finies (Simpson & Liu 1991; Liu & Simpson 1996; Simpson & Liu 1997; Liu & Simpson 1999; Cai 2005; Zhou et al. 2011) et la méthode des volumes finis (Da Silva et al. 2013; Kouchade 2004).

La simulation numérique permet de prédire l'évolution de la teneur en eau au cours du temps, de sa distribution dans l'échantillon et d'identifier des paramètres inconnus par méthode inverse. La méthode des différences finies est une bonne méthode de résolution pour déterminer le coefficient de diffusion. Beaucoup d'auteurs (Simpson & Liu 1997; Cai 2005) ont développé un modèle de diffusion unidirectionnelle par la méthode des différences finies en se basant sur la loi de Fick (I.4) et l'hypothèse des transferts externes (I.6).

La moitié de l'épaisseur de l'éprouvette est discrétisée avec un pas  $\Delta x$ . Le pas de discrétisation temporelle est  $\Delta t$ . On note  $w_i^j$  la teneur en eau à la position  $i$  de l'échantillon à

l'instant  $j$ . A partir des équations (I.4) et (I.6), la résolution par la méthode des différences finies donne :

$$\text{- en surface :} \quad w_0^{j+1} = w_0^j + 2R \left[ D_{0+0.5} (w_1^j - w_0^j) - S \Delta x (w_0^j - w_{eq}) \right] \quad (I.30)$$

$$\text{- en partie courante :} \quad w_i^{j+1} = w_i^j + R \left[ D_{i+0.5}^j (w_{i+1}^j - w_i^j) - D_{i-0.5}^j (w_i^j - w_{i-1}^j) \right] \quad (I.31)$$

$$\text{- au centre :} \quad w_n^{j+1} = w_n^j + R (D_{n-1}^j + D_n^j) (w_{n-1}^j - w_n^j) \quad \text{avec} \quad R = \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (I.32)$$

La convergence de ce schéma, dit explicite (Myers 1971), est conditionnée par le critère :

$$D \frac{\Delta t}{\Delta x^2} < 0.5 \quad (I.33)$$

A partir des équations (I.30), (I.31) et (I.32), en connaissant les paramètres de diffusion, les conditions initiales et aux limites, on est capable de reproduire numériquement la courbe d'évolution de la teneur en eau dans le temps et dans l'espace.

### 2.3.2. Détermination des paramètres de diffusion

Le but de la résolution du problème inverse est de remonter à des caractéristiques inconnues à partir de données mesurées. Le processus d'inversion s'effectue par une minimisation de l'écart entre les données mesurées et calculées.

#### 2.3.2.1. Principe de la méthode inverse

La méthode inverse est utilisée pour identifier les paramètres de diffusion en comparant des mesures expérimentales aux résultats d'un calcul numérique. Elle est décrite schématiquement dans la Figure I. 10. Dans un premier temps, un modèle de calcul est élaboré (problème direct) à partir de paramètres quelconques (au regard des ordres de grandeur rencontrés dans la littérature) (étape 1). On obtient alors des données calculées correspondantes. Ensuite, un algorithme d'optimisation est utilisé pour évaluer la correction de ces paramètres en minimisant la fonction objectif qui est le degré de différence entre les données mesurées  $X_{mes}$  et les données calculées  $X_{cal}$  (étape 2). La fonction objectif est

normalement déterminée par la méthode des moindres carrés. Pour N points expérimentaux, elle est définie par :

$$F = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (X_{\text{mes}}(i) - X_{\text{cal}}(i))^2} \quad (\text{I.34})$$

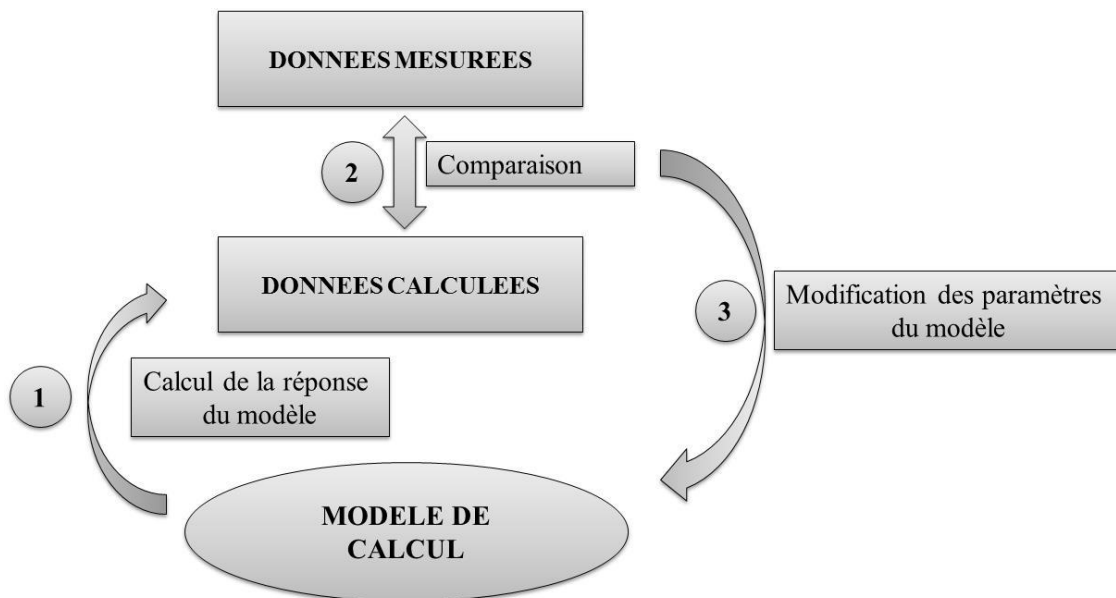


Figure I. 10 : Schéma de la méthode inverse (Marescot 2004)

La correction des paramètres du modèle permet de modifier les données calculées (étape 3). L'opération est alors répétée de manière itérative jusqu'à ce que le processus converge vers un écart, entre les données mesurées et les données calculées, insignifiant.

#### 2.3.2.2. Application de la méthode inverse

Kouchade (2004) a employé un algorithme d'inversion de diffusion unidirectionnelle. Son modèle direct utilise le code Transpore (Transferts couplés en milieux poreux) qui s'appuie sur la méthode des volumes finis. L'algorithme du Simplexe (paragraphe 3.1, chapitre I) (Nelder & Mead 1965) est utilisé pour la minimisation de la fonction objectif afin d'identifier les paramètres du modèle employé.

Les échantillons de dimension 100 x 50 x 5 mm<sup>3</sup> sont découpés dans les directions radiales et tangentielles. Les faces latérales sont recouvertes d'une couche étanche de résine



pour assurer une diffusion unidirectionnelle suivant l'épaisseur. Les échantillons sont stabilisés à environ 30% d'humidité relative puis soumis à une humidité relative de 70%. Des mesures sont effectuées sur plusieurs essences (amarante, ipé, châtaignier et hêtre), deux échantillons 1 et 2 étant prélevés, côte à côte, sur la même génératrice et suivant chaque direction. A partir de la condition de vitesse d'air dans l'enceinte, le coefficient d'échange surfacique est fixé à  $1.2 \cdot 10^{-2}$  m/s.

Tableau I. 1 : Coefficients de diffusion

	D (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )							
	Amarante		Ipé		Châtaignier		Hêtre	
	T	R	T	R	T	R	T	R
1	$1.0 \times 10^{10}$	$1.9 \times 10^{10}$	$4.7 \times 10^9$	$5.8 \times 10^9$	$8.5 \times 10^9$	$1.11 \times 10^{10}$	$5.7 \times 10^9$	$1.36 \times 10^{10}$
2	$8.2 \times 10^9$	$2.0 \times 10^{10}$	$4.1 \times 10^9$	$5.6 \times 10^9$	$1.05 \times 10^{10}$	$9.9 \times 10^9$	$4.8 \times 10^9$	$1.3 \times 10^{10}$

Les coefficients de diffusion D sont représentés dans le Tableau I. 1. L'évolution de la masse mesurée et la masse simulée à la valeur optimale du coefficient de diffusion (pour le hêtre 1 dans le sens radial) en fonction de la racine du temps sont représentées en Figure I. 11.

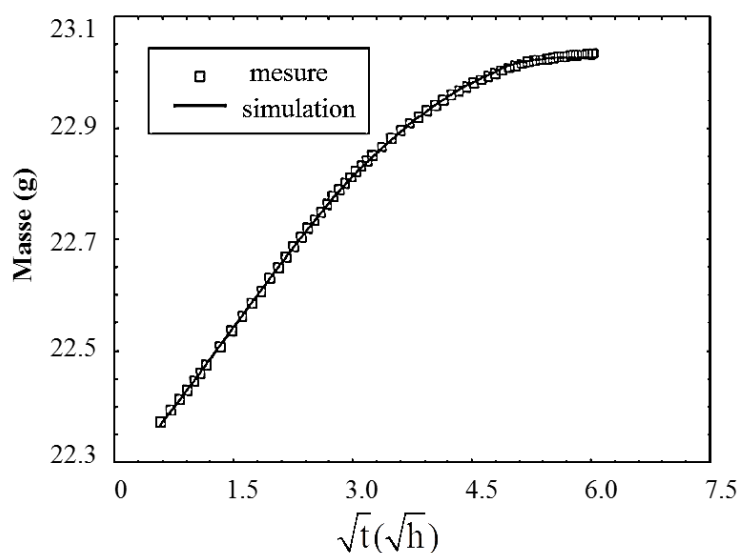


Figure I. 11 : Evolution de la masse mesurée et simulée (Hêtre, direction radiale)  
(Kouchade 2004)

Dans le cas de la diffusion unidirectionnelle, plusieurs auteurs ont développé un modèle d'inversion qui s'appuie sur la méthode des différences finies pour identifier des

paramètres de diffusion (Simpson & Liu 1997; Liu & Simpson 1999; Cai 2005). Nous présentons, par la suite, quelques travaux marquants.

Les valeurs de  $D_0$ ,  $k$  et  $S$ , (I.6) et (I.8), de la résolution par la méthode des différences finies ((I.30), (I.31) et (I.32)) sont déterminées par minimisation de l'écart entre la teneur en eau expérimentale et numérique (Simpson & Liu 1997). Deux séries de 6 échantillons de Chêne rouge de dimensions  $102 \times 305 \times 29 \text{ mm}^3$  avec 4 faces étanchéifiées sont mises dans une enceinte à  $43^\circ\text{C}$  et 84% d'humidité relative (16.2% de teneur en eau d'équilibre) pour deux vitesses de l'air : 1.5 et 5.1 m/s. Les échantillons ont été pesés périodiquement pendant le séchage. Les résultats sont représentés dans le Tableau I. 2.

Tableau I. 2 : Paramètres de diffusion identifiés pour le Chêne rouge (Simpson & Liu 1997)

Vitesse de l'air (m/s)	1.5	5.1
$D_0 \text{ (m}^2\text{/s)}$	$7.20 \times 10^{-11}$	$8.26 \times 10^{-11}$
$k$	2.32	2.48
$S \text{ (m/s)}$	$0.927 \times 10^{-7}$	$1.51 \times 10^{-7}$

Les courbes numériques d'évolution de la teneur en eau en utilisant les paramètres identifiés, Tableau I. 2 et expérimentales selon le temps sont représentées sur la Figure I. 12.

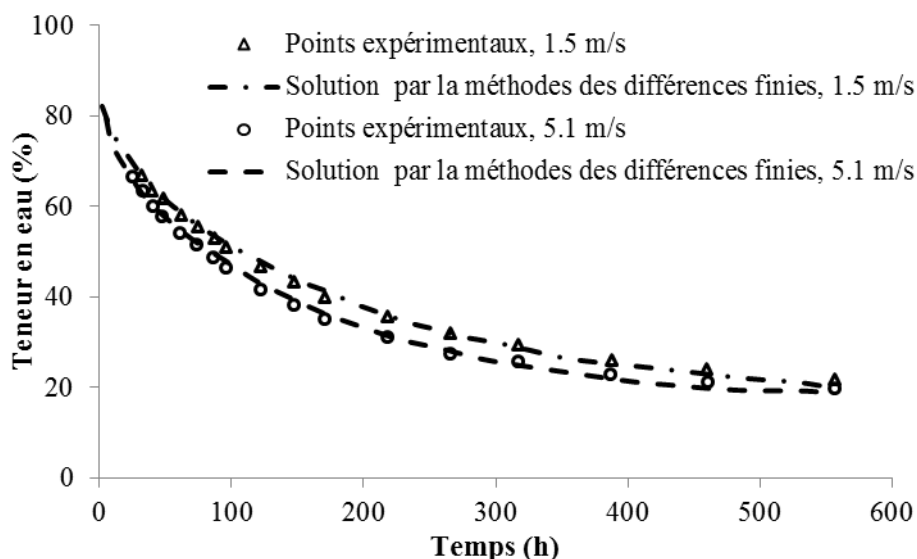


Figure I. 12 : Teneur en eau expérimentale et numérique (Simpson & Liu 1997)

Les valeurs de  $D_0$  et  $k$  devraient être indépendantes de la vitesse de l'air, mais elles ne sont pas les mêmes pour 1.5 et 5.1 m/s.  $D_0$  varie d'environ 15% et  $k$  varie d'environ 7%. Par

contre, compte tenu de la variabilité des bois, des différences de cet ordre ne semblent pas déraisonnables. Le transfert en surface, par convection, augmente selon la vitesse d'air dans l'enceinte, Tableau I. 2 : une vitesse d'air plus grande entraîne une valeur du coefficient d'échange surfacique  $S$  plus grand (accentuation de l'effet convectif).

Zhou et al. (2011) ont utilisé cette méthode pour déterminer le coefficient de diffusion en analysant les effets de la teneur en eau et de la température pendant le processus de séchage. Six échantillons de Mélèze de Dahurie de 600mm de longueur et 50mm d'épaisseur sont étanchéifiés sur 4 faces en utilisant un film d'époxy pour assurer une diffusion selon l'épaisseur. Les échantillons ont été séchés à différentes températures et humidités relatives. Les résultats de cette étude montrent que, généralement, le coefficient de diffusion diminue de la surface au centre de l'échantillon, Figure I. 13. A température constante, il évolue proportionnellement avec la teneur en eau. Enfin, il augmente avec la température. Par ailleurs, l'effet de température sur le coefficient de diffusion est beaucoup plus marqué que celui de la teneur en eau.

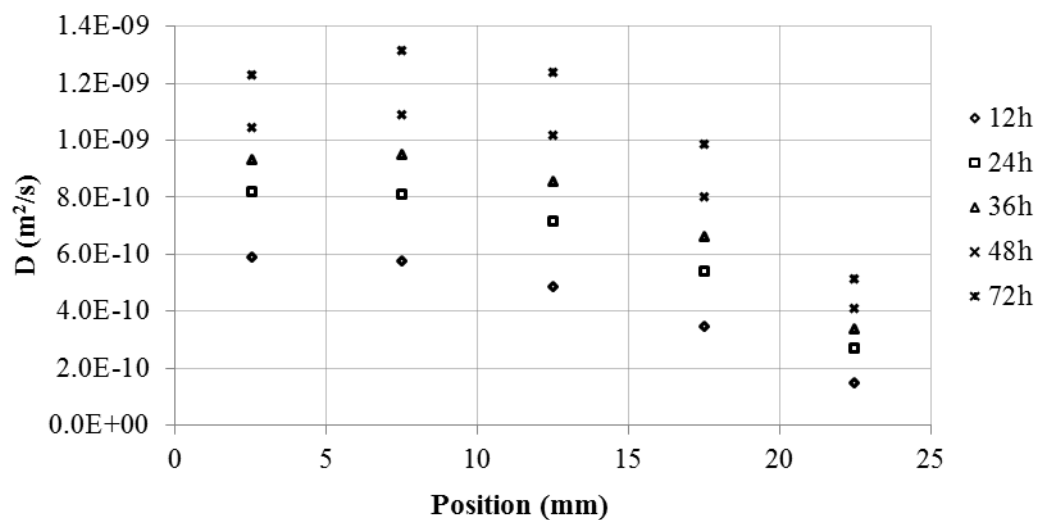


Figure I. 13 : Variation du coefficient de diffusion selon l'épaisseur à 70°C  
(Zhou et al. 2011)

Dans le domaine hygroscopique, le coefficient de diffusion radial est supérieur au coefficient de diffusion tangentiel. La diffusion dans la direction longitudinale est beaucoup plus forte que dans les directions transverses (Zhou et al. 2011).

Finalement, les paramètres de diffusion restent des inconnues difficiles à déterminer, non seulement à cause des protocoles expérimentaux, mais également de la formulation théorique complexe. Il existe plusieurs méthodes pour déterminer les paramètres de diffusion. Nous nous focaliserons par la suite sur les méthodes inverses qui permettent, d'une part, de gagner en précision sur les paramètres estimés et, d'autre part, de réduire le temps de calcul et le temps expérimental, via extrapolation.

### **3. Algorithmes d'optimisation**

Un algorithme d'optimisation est une procédure qui permet de déterminer les minima (ou maxima) d'une fonction objectif. De nombreuses méthodes existant dans la littérature, nous choisissons de présenter celles qui serviront aux chapitres suivants.

#### **3.1. Méthode du Simplexe**

La méthode de minimisation du Simplexe a été introduite par Nelder et Mead en 1965 et permet de déterminer le minimum d'une fonction sans calculer sa dérivée (Nelder & Mead 1965). Elle résout directement le problème en utilisant la valeur de la fonction objectif. Dans le cas où il y a peu de variables, elle est appréciée pour sa robustesse, sa simplicité de programmation et son faible temps de calcul.

L'algorithme du Simplexe se base sur l'évaluation de la fonction objectif qui peut être calculée par la méthode des moindres carrés. Son principe est la conception d'une figure géométrique à  $n$  dimensions ( $n \neq 0$ ) qui est le volume d'une enveloppe convexe de  $n + 1$  sommets. Chaque sommet correspond à une valeur de fonction objectif. Les sommets de ce polygone (simplexe) subiront des transformations géométriques vers un minimum global, Figure I. 14.

Les itérations de l'algorithme du Simplexe correspondent à de simples opérations algébriques de transformations géométriques élémentaires sur les sommets du polygone (réflexion, expansion, rétrécissement et contraction), Figure I. 14. Chaque itération de la transformation dépend uniquement d'une série de comparaisons entre les valeurs de la fonction objectif correspondant aux points calculés et celles des sommets du polygone pour

remplacer le pire sommet (maximum) par le nouveau point fixe. Ainsi, le polygone est réfléchi, étendu, réduit jusqu'à son optimum (Lagarias et al. 1998).

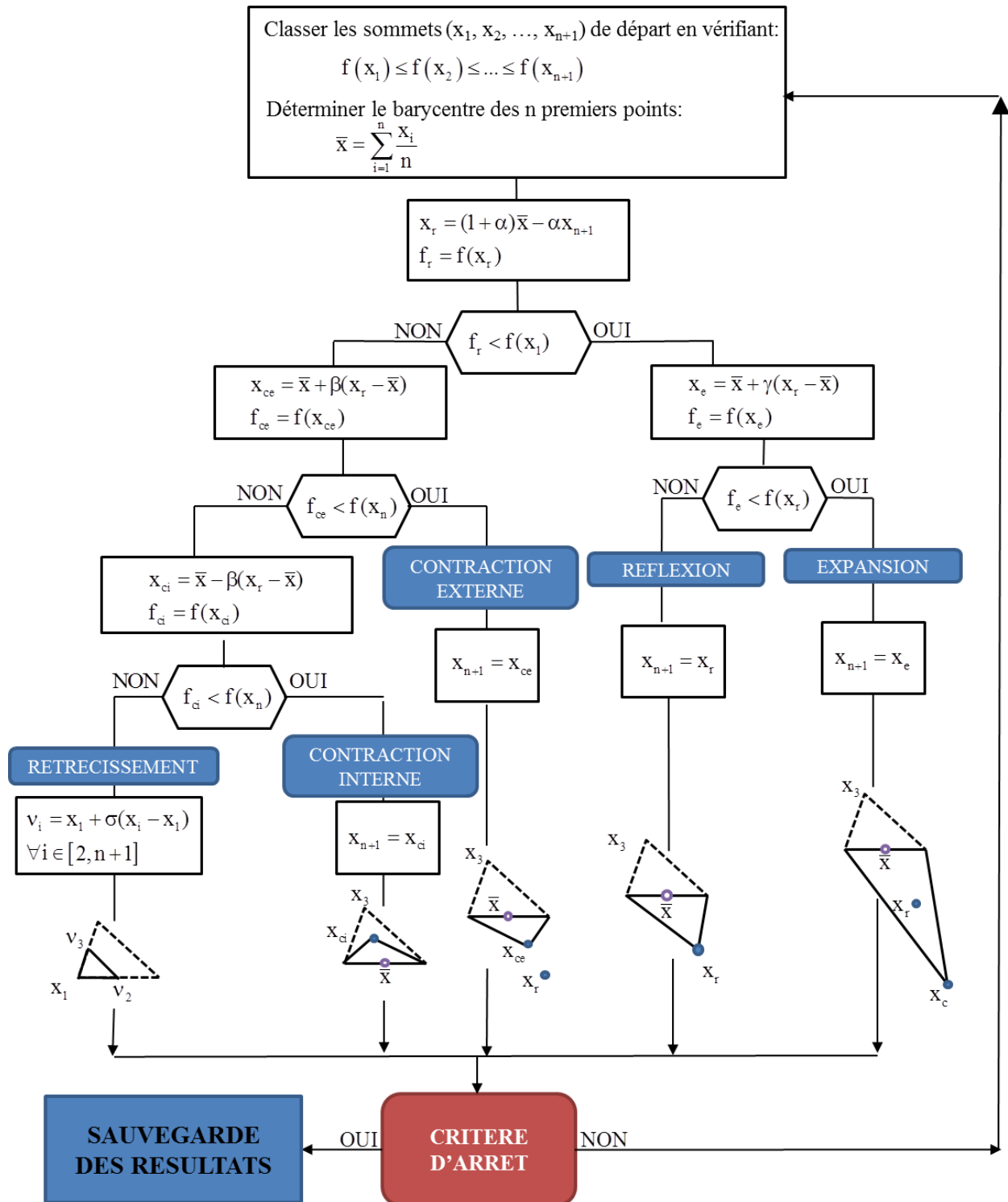


Figure I. 14 : Schéma des opérations de l'algorithme du Simplexe

Chaque opération est associée à une variable. Les coefficients associés aux opérations de réflexion, dilatation, contraction et rétrécissement sont respectivement notés  $\alpha, \beta, \gamma, \sigma$  qui doivent satisfaire les conditions suivantes :  $\alpha > 0, \beta > 1, 0 < \gamma < 1$  et  $0 < \sigma < 1$ .

Les valeurs communément utilisées des paramètres de l'algorithme du Simplexe sont :  $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = \frac{1}{2}, \sigma = \frac{1}{2}$ .

### 3.2. Méthode de Gauss Newton

La méthode de Gauss Newton est utilisée pour minimiser une fonction de plusieurs variables (Kern 2003 ; Börlin 2007).

Soient,  $d = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$  : données mesurées (N est le nombre de mesures) ;

$m = \{m_1, m_2, \dots, m_M\}$  : paramètres du modèle (M est le nombre des paramètres) ;

$f = f(m)$  : fonction du modèle ;

$q = d - f(m)$  : différence entre les données mesurées et les réponses du modèle.

Dans le cas de l'estimation des paramètres, le développement en série de Taylor de la fonction  $f(m)$  est réalisé à l'ordre des paramètres  $m$  tel que :

$$f(m) = f(m_0) + (m_1 - m_0) \frac{\partial f(m)}{\partial (m_1)} + (m_2 - m_0) \frac{\partial f(m)}{\partial (m_2)} + \dots \quad (I.35)$$

En écriture matricielle, nous obtenons :

$$f = f(m_0) + J(m - m_0) \text{ avec } J_{ij} = \frac{\partial f(m_i)}{m_j} \quad (I.36)$$

$$\text{Donc :} \quad q = d - f(m_0) - J(m - m_0) \quad (I.37)$$

$$\text{Posons :} \quad \Delta d = d - f(m_0) \text{ et } \Delta m = m - m_0 \quad (I.38)$$

$$\text{Nous obtenons :} \quad q = \Delta d - J \Delta m \quad (I.39)$$

La matrice  $J$ , appelée matrice jacobienne (matrice des dérivées partielles, matrice des dérivées Fréchet ou matrice de sensibilité), est de taille  $N \times M$ . Elle ne peut pas être inversée simplement dans la relation (I.39) pour en déterminer  $\Delta m$ . Ses termes représentent la sensibilité de la mesure en un point à une variation des paramètres du modèle (Marescot 2004).

Selon la méthode des moindres carrés, l'expression du vecteur écart entre données mesurées et calculées s'exprime alors sous la forme matricielle suivante :

$$F_d = q^T q = \sum_{i=1}^N q_i^2 \quad (I.40)$$

$$F_d = (\Delta d - J \Delta m)^T (\Delta d - J \Delta m) \quad (I.41)$$

Afin de minimiser  $F_d$ , nous recherchons la valeur de  $\Delta m$  qui annule la dérivée de la fonction  $F_d$  par rapport à  $\Delta m$ . Cette dérivée s'écrit :

$$\frac{\partial F_d}{\partial \Delta m} = -2J^T (\Delta d - J \Delta m) \quad (I.42)$$

$$\frac{\partial F_d}{\partial \Delta m} = 0 \Leftrightarrow J^T J \Delta m = J^T \Delta d \quad (I.43)$$

On en déduit le vecteur de correction pour chaque itération :

$$\Delta m = (J^T J)^{-1} J^T \Delta d \quad (I.44)$$

### 3.3. Méthode de Levenberg-Marquardt

Lorsque la méthode de Gauss-Newton n'est pas adaptée, la méthode de Levenberg-Marquardt constitue une alternative intéressante (Marquardt 1963; Kern 2003; Ranganathan 2004). Dans cette méthode, on approche la matrice  $F_d$  par une matrice diagonale. Il est possible de pondérer la minimisation de la modification à apporter à la solution (Marescot 2003). Une matrice diagonale  $W_m$  de dimension  $M \times M$  peut être incluse dans la fonction objectif  $F_d$  :

$$\text{diag}(W_m) = [b_{11}, b_{22}, \dots, b_{MM}]^T \quad (I.45)$$

La minimisation de la modification, à apporter à la solution selon la méthode des moindres carrés, peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$F_m = \Delta m^T \cdot W_m \cdot \Delta m \quad (I.46)$$

L'expression  $F_d$  est minimisée sous condition que  $F_m$  soit minimum. Cela revient à minimiser la fonction objectif  $F$  telle que :

$$F = F_d + \lambda F_m \quad (I.47)$$

$\lambda$  est un multiplicateur de Lagrange qui s'appelle également facteur d'amortissement. L'expression (I.47) devient:

$$F = (\Delta d - J\Delta m)^T (\Delta d - J\Delta m) + \lambda \Delta m^T \cdot W_m \cdot \Delta m \quad (I.48)$$

Le vecteur de correction est la solution de l'équation :

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta m} = -2J^T \cdot (\Delta d - J\Delta m) + 2\lambda \cdot W_m \cdot \Delta m = 0 \quad (I.49)$$

$$(J^T \cdot J + \lambda \cdot W_m) \cdot \Delta m = J^T \cdot \Delta d \quad (I.50)$$

Le vecteur de correction est donc défini par :

$$\Delta m = (J^T \cdot J + \lambda \cdot W_m)^{-1} J^T \cdot \Delta d \quad (I.51)$$

Pour que la matrice  $J^T J$  ne devienne pas singulière au cours du processus d'inversion, le facteur d'amortissement  $\lambda$  permet d'ajouter une valeur scalaire à ses valeurs propres. Du point de vue de la théorie du problème inverse, il peut être également utilisé pour trouver un compromis entre résolution et précision du résultat. Si  $\lambda$  est trop fort, le temps d'inversion est plus long, par contre la précision du résultat a tendance à s'améliorer (Marescot 2008). On peut donc diminuer  $\lambda$  si la fonction objectif diminue et l'augmenter s'il y a divergence (la fonction objectif augmente).

La méthode de Levenberg-Marquardt est particulièrement robuste et efficace. Elle est devenue l'algorithme de référence pour la minimisation de problèmes de moindres carrés non



linéaires. Une représentation schématique de l'algorithme d'inversion itératif de Levenberg-Marquardt est présentée dans la Figure I. 15 (Marescot 2008).

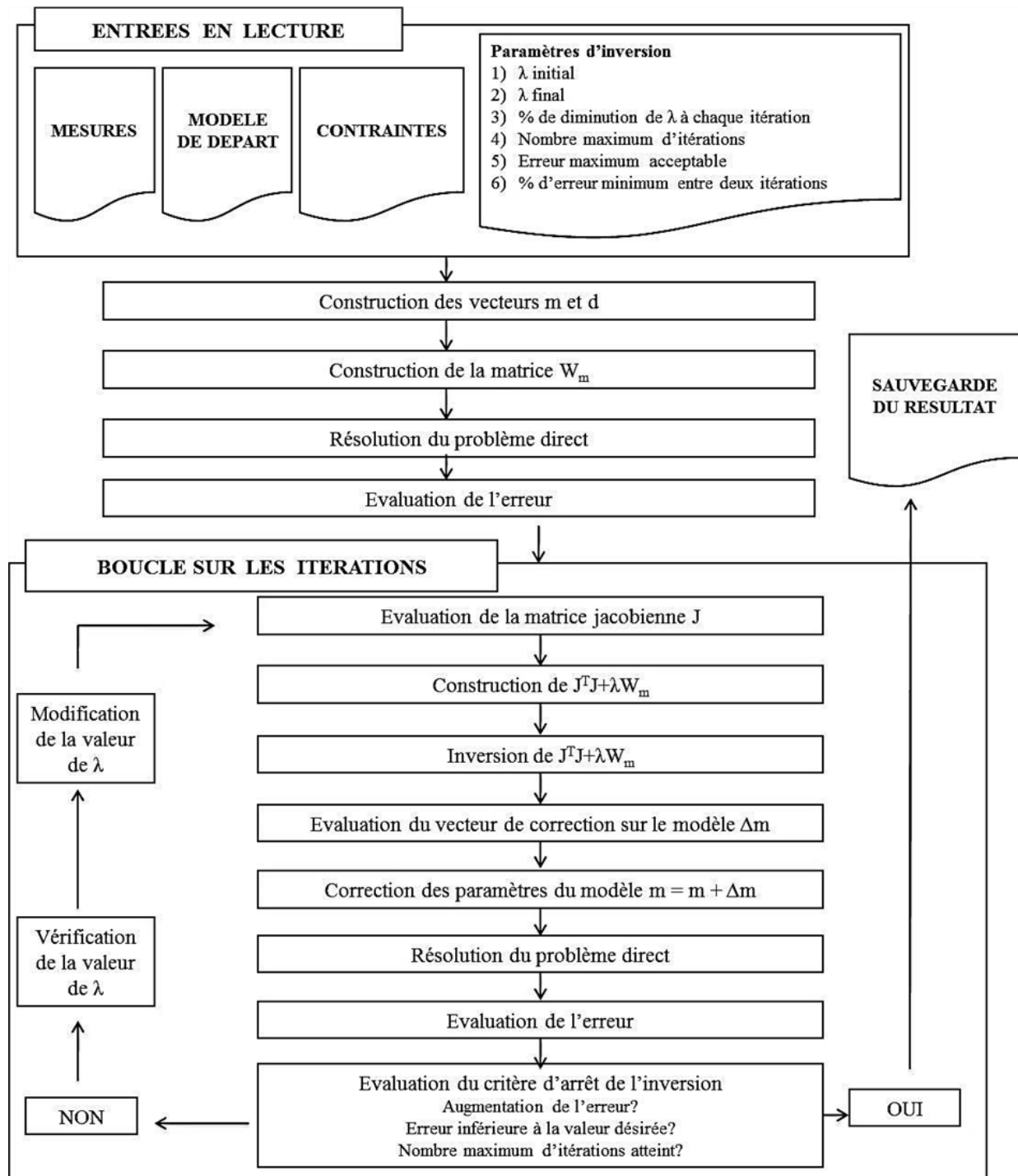


Figure I. 15 : Schéma d'optimisation par la méthode de Levenberg-Marquardt (Marescot 2008)

## 4. Méthodes de mesure non destructives de la teneur en eau dans le bois

Aujourd'hui, la détermination de la teneur en eau dans le matériau bois bénéficie du développement des techniques d'évaluation non destructive. En effet, il existe de nombreuses techniques qui ont été développées récemment telles que la technique électrique (James 1988; Hartley & Marchant 1995; Carll & Ten Wolde 1996; Forsén & Tarvainen 2000; Simpson 1999), les techniques acoustique (Vun et al. 2006 ; Tiitta et al. 2010), radiométrie (Ferraz 1985; Laufenberg 1986; Ero & Adebo 2012), ou encore thermique (Welling 2006)...

La technique radiométrique (de laboratoire) et la technique électrique (in-situ), que nous allons présenter ici, sont les méthodes de mesure de la teneur en eau les plus étudiées pour une adaptation au matériau bois.

### 4.1. Méthodes radiométriques

Plusieurs techniques, utilisant des rayonnements de haute énergie, peuvent être mises en œuvre pour mesurer la densité et la teneur en eau du bois (Laufenberg 1986). Les méthodes radiométriques, normalement utilisées pour déterminer des profils spatiaux de densité d'un milieu étudié, se basent sur le principe d'absorption des rayons mono-énergétiques. Quand un faisceau de photons mono-énergétiques (rayon  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , X...) d'intensité incidente  $I_0$  traverse une épaisseur  $e$  de matériau, à la suite de l'interaction entre le rayonnement et le bois, l'eau et l'air, il est atténué à l'intensité  $I$ . Cette atténuation peut prendre la forme d'une loi de Lambert décrite comme suit :

$$I = I_0 \exp(-\mu \rho e) \quad (I.52)$$

$\mu$  désigne le coefficient d'atténuation de masse (ou coefficient d'absorption) du matériau caractérisé par sa densité  $\rho$ . Dans les matériaux hétérogènes, tel que le bois, le coefficient d'atténuation dépend à la fois de l'énergie de la source ionique et de la structure chimique de la matière. Toutes les techniques de mesure radiométrique nécessitent une source de radiation et un détecteur de rayonnement, Figure I. 16.

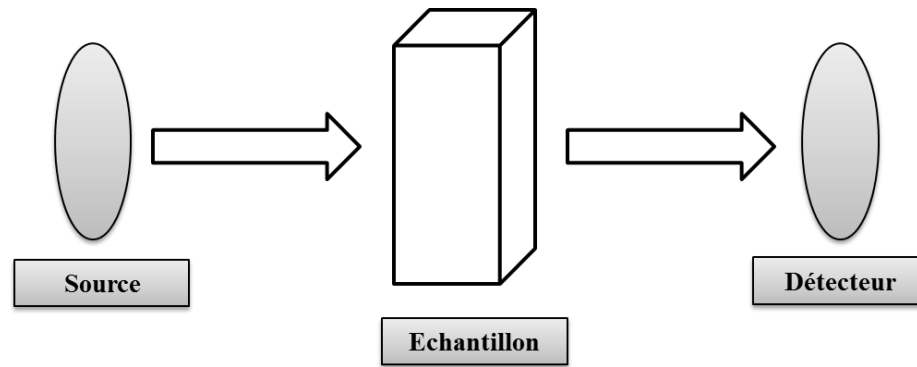


Figure I. 16: Configuration de la méthode radiométrique (Cai 2007)

Parmi les techniques radiométriques, la méthode employant des rayons X ainsi que la méthode gammadensimétrique sont les plus développées et adaptées au matériau bois.

#### 4.1.1. Méthode des rayons X

Une image de l'intérieur d'un matériau hétérogène peut être reconstruite sur la base d'un calcul de coefficient d'atténuation des rayons X qui traversent l'échantillon étudié. L'image complète est obtenue lorsque l'échantillon est déplacé perpendiculairement aux rayons X; ce qui permet d'étudier des défauts internes dans le matériau.

Li, X. J et al (2010) ont montré que la méthode des rayons X est très efficace pour déterminer le profil de teneur en eau du bois de 8 à 78%. Il a effectué des mesures pendant le séchage d'échantillons de dimensions  $50 \times 50 \times 24 \text{ mm}^3$  (LRT) de Chêne rouge de teneur en eau initiale de 75%. Cette méthode permet de déterminer les profils spatiaux de teneur en eau correspondant aux temps de séchage, Figure I. 17, ainsi que l'évolution de la teneur en eau moyenne de l'échantillon obtenue par l'intégration des profils, Figure I. 18. L'écart maximal entre la teneur en eau mesurée par méthode des rayons X et par la pesée est inférieur à 3%.

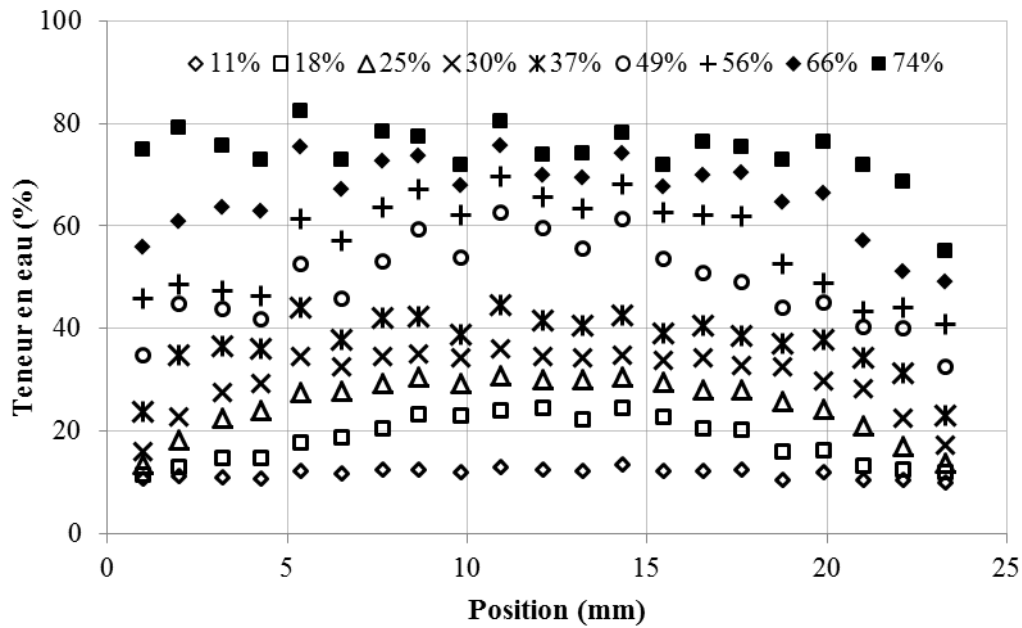


Figure I. 17 : Profils spatiaux de teneur en eau dans l'épaisseur du Chêne rouge (Li, X. J et al, 2010)

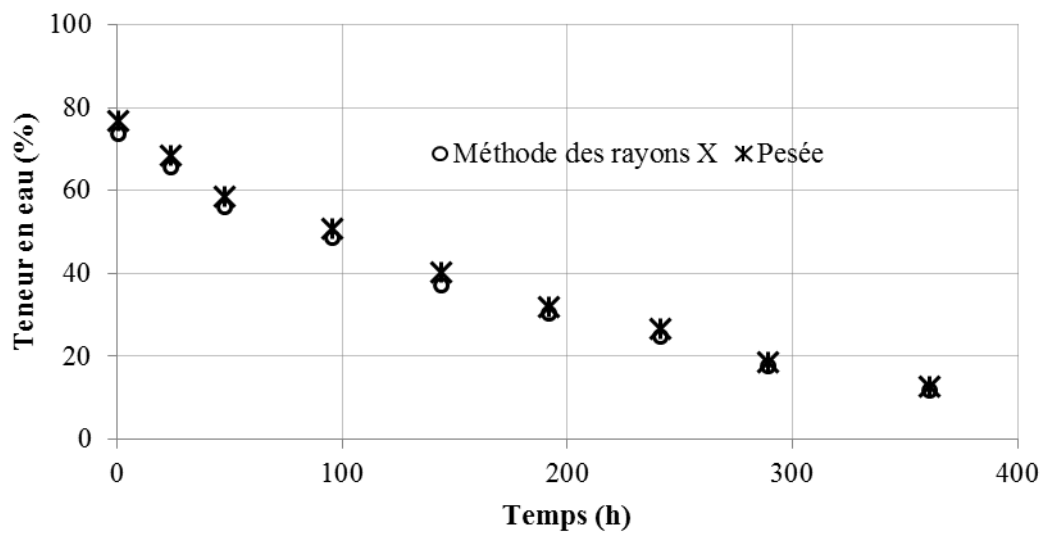


Figure I. 18 : Comparaison de la teneur en eau mesurée par rayons X et pesée (Li, X. J et al, 2010)

#### 4.1.2. Méthode gammadensimétrique

La détermination de la densité et la teneur en eau du bois, par technique gammadensimétrique a été recommandée dès les années 1950 et fait actuellement l'objet de développements (Da Rocha et al. 2001). Il s'agit d'une technique rapide, à faible coût, non

destructive et facilement automatisée. Elle repose sur l'absorption de rayons gamma issus d'une source radioactive (Laufenberg 1986). Cependant, elle est incapable de mesurer la densité proche des bords de l'échantillon.

Quand un faisceau de rayons gamma, d'une intensité initiale  $I_0$ , traverse l'épaisseur  $x$  de l'échantillon, à la suite de l'interaction entre le rayonnement et le bois, l'eau et l'air, il est atténué à l'intensité réduite  $I$ . La masse volumique de la phase air et son coefficient d'atténuation massique peuvent être négligés. La loi de Lambert (I.52) peut alors être généralisée comme suit, (Ferraz 1985; Laufenberg 1986) :

$$I = I_0 \exp - x [\mu_s \rho_s \theta_s + \mu_w \rho_w \theta_w] \quad (I.53)$$

$\mu_s, \mu_w$  : coefficient d'atténuation massique du bois, de l'eau et de l'air ( $\text{cm}^2/\text{g}$ ) ;

$\rho_s, \rho_w$  : masses volumiques du bois, de l'eau et de l'air ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) ;

$\theta_s, \theta_w$  : fractions volumiques du bois, de l'eau et de l'air.

La masse volumique apparente, définie comme le rapport entre la masse sèche et le volume total de système (bois + eau + air), est représentée par la formule ci-dessous :

$$d_b = \frac{\ln \left( \frac{I_0}{I} \right)}{x \left( \frac{w \mu_w \rho_w}{d_a} + \mu_s \right)} \quad (I.54)$$

$w$  : teneur en eau (%) ;

$d_a$  : masse volumique de l'eau absorbée dans les parois cellulaires ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ).

La teneur en eau est alors déterminée par l'expression suivante :

$$w = \left[ \frac{\ln \left( \frac{I_0}{I} \right)}{x d_b} - \mu_s \right] \frac{d_a}{\mu_w \rho_w} \quad (I.55)$$

Ces équations contiennent trois inconnues, que sont la masse volumique apparente du bois ( $d_b$ ), la teneur en eau ( $w$ ) et la masse volumique de l'eau absorbée dans les parois

cellulaires ( $d_a$ ).  $d_a$  est une fonction de la teneur en humidité ( $d_a = f(w)$ ) qui peut être estimée par des mesures expérimentales. Cela permet de déterminer les profils de la densité et donc de la teneur en eau de l'échantillon (Ferraz 1985).

Dans le travail de Ferraz (1985), pour évaluer la méthodologie de gammadensimétrie, une comparaison a été faite entre la teneur en eau calculée selon la méthode gammadensimétrique et la teneur en eau calculée par la méthode gravimétrique traditionnelle. 5 échantillons de *Pinus oocarpa* de dimensions  $4 \times 6 \times 13 \text{ cm}^3$  sont conditionnés de 9 à 30% de teneur en eau. Le Tableau I. 3 présente l'écart relatif entre ces deux méthodes.

Tableau I. 3 : Teneur en eau estimée par méthode gravimétrique et par gammadensimétrie

Echantillon	Méthode gravimétrique (%)	Méthode gammadensimétrique (%)	Ecart (%)
1	30.62	32.95	7.61
2	23.45	26.62	13.52
3	16.46	17.93	8.93
4	13.37	12.5	5.39
5	11.19	13.51	20.73
1	10.62	11.37	7.06
2	10.15	11.71	15.37
3	9.18	7.33	20.15
4	9.15	9.90	8.20
5	8.91	9.47	6.29

En conclusion, la méthode radiométrique est une méthode efficace qui permet de déterminer la densité et les profils spatiaux de teneur en eau dans le bois. Par contre, il s'agit d'une méthode de laboratoire. Dans un même esprit, nous présentons dans la suite la technique électrique qui peut être appliquée in-situ.

#### 4.2. Méthodes électriques

La littérature, sur les techniques électriques pour la détermination de la teneur en eau dans le bois, recense la mesure de la constante diélectrique, de la résistivité complexe, des impédances en courant alternatif et de la résistivité ou de la résistance électrique en courant continu. Concernant la détermination de la teneur en eau, la technique de mesure électrique a

été appliquée à plusieurs matériaux du Génie Civil comme des matériaux poreux ou le béton bitumineux (Feliu et al. 1996; DuPlooy et al. 2013). Depuis le début du XX<sup>ème</sup> siècle, plusieurs auteurs ont étudié l'application de cette technique pour la détermination de la teneur en eau du bois (Stamm 1927; Stamm 1929; Hartley & Marchant 1995; Carll & Ten Wolde 1996; Simpson 1999; Forsén & Tarvainen 2000; Ueno & Straube 2008; Irzaman et al. 2011). Elle devient, de plus en plus, un outil de diagnostic efficace qui peut être utilisé aussi bien pour des mesures en laboratoire que sur le terrain, et ce, à prix faible, d'une utilisation simple et d'une mise en œuvre aisée. Cette technique peut être utilisée typiquement pour une teneur en eau comprise entre 6% et 30% (PSF) (Simpson 1999).

#### 4.2.1. Propriétés électriques du bois

Rappelons que, selon la loi d'Ohm, la résistance électrique  $R$  caractérise la difficulté de passage d'un courant électrique dans un milieu.

La résistivité est la capacité d'un milieu à s'opposer au passage d'un courant électrique. Il s'agit d'une propriété intrinsèque du matériau qui ne dépend ni de sa géométrie, ni de ses dimensions. Elle est définie comme la résistance ohmique d'un cylindre de section et de longueur unitaire. La résistivité représente l'inverse de la conductivité  $\sigma$  (capacité du milieu à laisser passer un courant électrique) qui est exprimée en S/m :

$$\rho = R \frac{A}{L} \quad (I.56)$$

$R$  : résistance ( $\Omega$ ) ;

$\rho$  : résistivité ( $\Omega m$ ) ;

$L$  : longueur (m) ;

$A$  : aire de section droite ( $m^2$ ).

##### 4.2.1.1. Propriétés électriques et teneur en eau dans le bois

###### a. Résistance électrique et teneur en eau dans le bois

Basé sur les mesures sur plusieurs essences aux Etats Unis, Simpson & TenWolde (1999) ont montré qu'à 27°C, la variation de résistance d'un échantillon de bois en fonction de sa teneur en eau se conforme à un faisceau représenté en Figure I. 19.

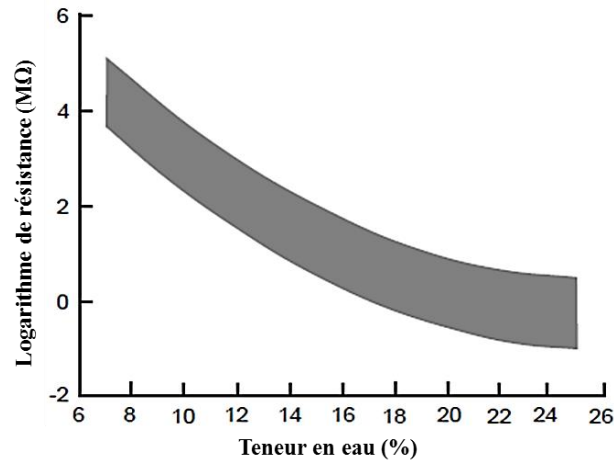


Figure I. 19 : Relation entre la résistance électrique et la teneur en eau

Le modèle utilisé dans les travaux de plusieurs auteurs (Forsén & Tarvainen 2000; Fernandez Golfín et al. 2012) est le suivant :

$$\log \log(R + 1) = a \times w + b \quad (I.57)$$

$w$  : teneur en eau (%) ;

$R$  : résistance ( $M\Omega$ ) ;

$a, b$  : constantes dépendant de l'essence de bois.

La Figure I. 20 représente la courbe de régression et les points de mesures pour du Pin du nord (Forsén & Tarvainen 2000). Les coefficients de détermination  $r^2$  sont supérieurs à 0.9. Plus la teneur en eau est faible, plus la déviation de la mesure est forte.

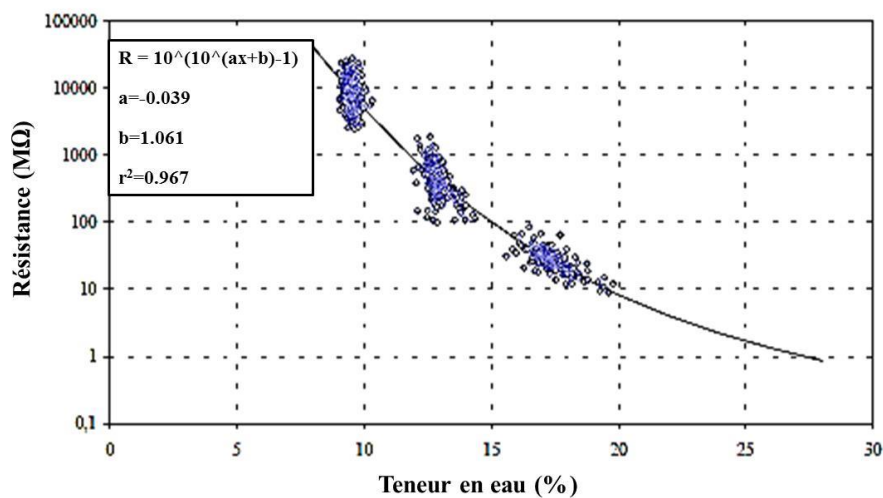


Figure I. 20 : Evolution de la résistance électrique du Pin du nord vs sa teneur en eau



Dans le cadre de la thèse de Kouchade (2004), des études de l'influence de l'humidité relative sur la résistance électrique sont effectuées. Différents essence de bois ont été découpées suivant les directions matérielles du bois selon les dimensions 300 x 50 x 5 mm<sup>3</sup>. Le fait de choisir une épaisseur beaucoup plus faible par rapport aux deux autres directions permet de garantir la diffusion unidirectionnelle dans l'épaisseur. Des mesures de résistance électrique sont effectuées par un mégohmmètre sur un échantillon d'Ipé et un échantillon de Pin sylvestre, et ce, dans la direction radiale en phase d'absorption et de désorption. Les résultats, présentés en Figure I. 21, montrent clairement que la résistance électrique diminue si l'humidité relative augmente et vice-versa.

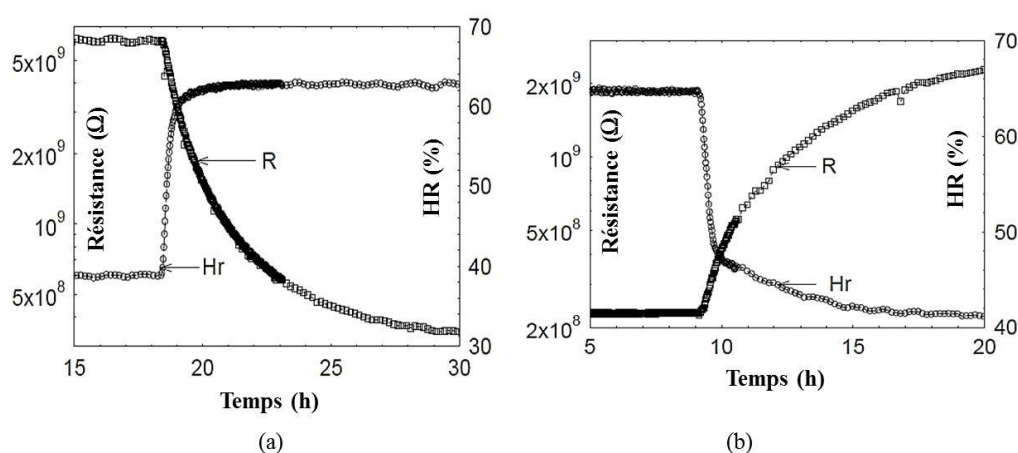


Figure I. 21 : Evolution de la résistance électrique du pin sylvestre en adsorption (a) et en désorption (b) dans la direction radiale

#### b. Résistivité électrique et teneur en eau dans le bois

Le bois anhydre est un excellent matériau isolant électrique. Cependant, lorsque la teneur en eau augmente, sa résistivité diminue. La résistivité du bois est d'environ  $10^{14}$  à  $10^{16} \Omega m$  à l'état anhydre et de  $10^3$  à  $10^4 \Omega m$  pour un bois proche du PSF. Ainsi, la mesure de la résistivité électrique du bois peut apporter une estimation de sa teneur en eau.

Stamm (1927) a montré, qu'à température constante et entre 7% à 30% de teneur en eau, la résistivité électrique est liée à la teneur en eau par la relation suivante :

$$\ln(\rho) = E + F \cdot \ln(w) \quad (I.58)$$

$w$  : teneur en eau (kg/kg) ;

$E, F$  : constantes réelles,  $F$  négative.

Sandoz (1993) a étudié le changement de résistivité selon l'humidité dans les échantillons d'Épicéa et de Pin du nord de dimension  $2 \times 2 \text{ cm}^2$  et d'épaisseur de 3 mm à  $20^\circ\text{C}$ , pour une teneur en eau comprise entre 6% et 100%. Les mesures sont représentées en Figure I. 22. Elles montrent que la relation entre l'inverse de la teneur en eau et le logarithme de la résistivité est linéaire.

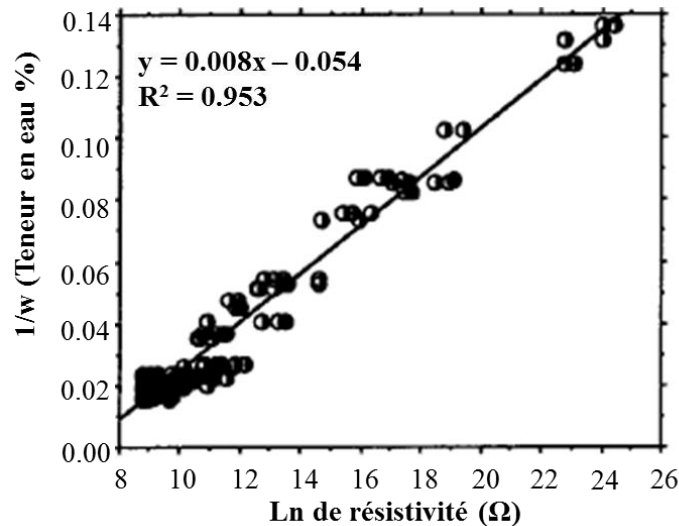


Figure I. 22 : Relation entre le logarithme de résistivité et l'inverse de teneur en eau de 6 à 100%

Yamamoto et al. (2013) ont effectué deux séries de mesures sur des échantillons de *Cryptomeria japonica* D.Don de dimensions  $15 \times 15 \times 7 \text{ mm}^3$  selon les directions R,T et L ; l'une avec 63 échantillons ayant une teneur en eau de moins de 8% et l'autre avec 97 échantillons ayant une teneur en eau supérieure à 8%.

Les résultats expérimentaux montrent que :

- Dans l'intervalle de 0 à 8% de teneur en eau, la relation entre le logarithme de conductivité et la teneur en eau est linéaire, Figure I. 23a ;
- Pour une teneur en eau supérieure à 8%, la relation entre le logarithme de conductivité et logarithme de teneur en eau est également linéaire, Figure I. 23b, mais de pente différente.

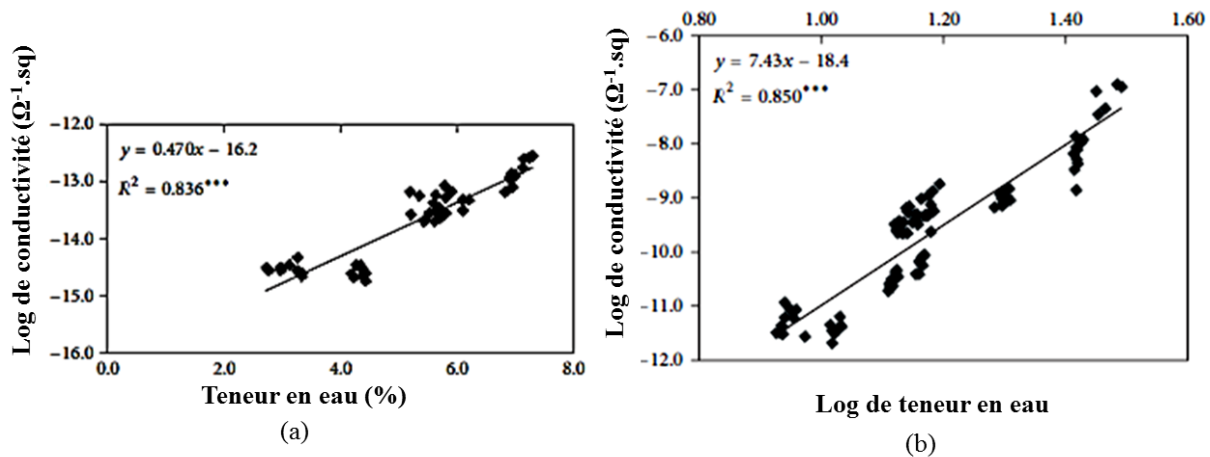


Figure I. 23 : Relation entre logarithme de conductivité et teneur en eau inférieure à 8% (a) et supérieure à 8% (b)

A partir de la résistance électrique mesurée, une autre partie de la thèse de Kouchade (2004) est consacrée à la détermination de l'expression de la résistivité électrique. Tous les calculs ont été faits en considérant un espace infini. Ceci est dû au fait que la distance entre les électrodes est faible par rapport à la largeur des échantillons. Pour son cas, l'expression de la résistivité est représentée par :

$$\rho = \frac{R \times \pi \times e}{\ln\left(\frac{r_e + d}{r_e}\right)} \quad (I.59)$$

$r_e$  : rayon des électrodes (m) ;

$d$  : distance entre les deux électrodes (m) ;

$e$  : épaisseur de l'échantillon (m) ;

$R$  : résistance électrique ( $\Omega$ ).

Dans les conditions expérimentales décrites par Kouchade, le matériau est en état d'équilibre hydrique, l'auteur établit donc une relation directe entre la résistivité électrique et l'humidité relative :

$$\ln(\rho) = G + H \cdot \ln(HR) \quad (I.60)$$

$HR$  : humidité relative ambiante (%) ;

$G, H$  : constantes définies à une température donnée, ses valeurs dépendent de l'échantillon.

#### 4.2.1.2. Propriétés électriques et température dans le bois

La température a aussi un effet sur la résistance électrique (Hartley & Marchant 1995; Carll & Ten Wolde 1996; Forsén & Tarvainen 2000). Celle-ci diminue significativement lorsque la température augmente. Forsén et Tarvainen (2000) ont réalisé des mesures de résistance électrique sur du Pin du nord à différents niveaux de température de -10°C, +5°C, +20°C, +60°C et +70°C. Les résultats sont représentés en Figure I. 24.

La résistance est corrélée à l'humidité et à la température selon l'expression suivante :

$$\log(\log(R) + 2) = -0.00147 \times T - 0.0262 \times w - 0.000158T \times w + 1.075 \quad (I.61)$$

T : température (°C)

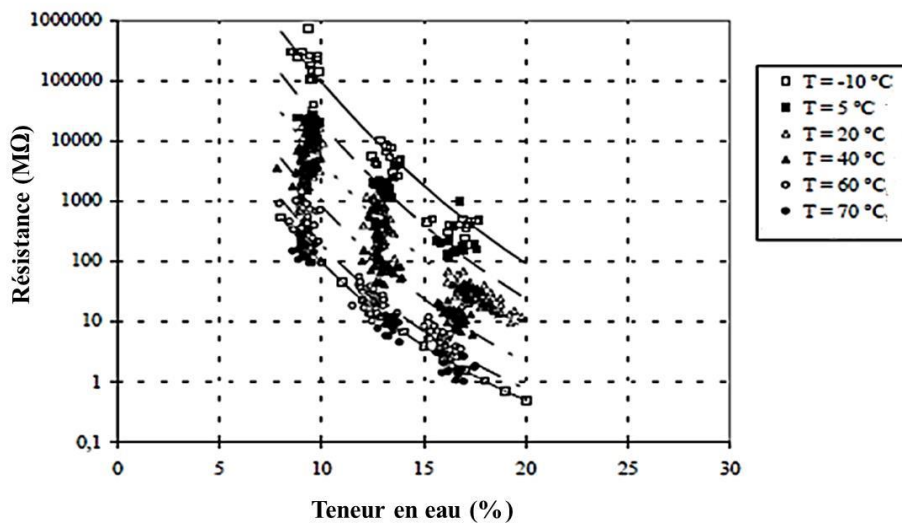


Figure I. 24 : Evolution de la résistance électrique du Pin du nord en fonction de sa teneur en eau et de sa température

Comme la résistance, la résistivité de bois dépend de la température (Sandoz 1993; Simpson 1999; Carll & Simpson 1996; Forsén & Tarvainen 2000). Clark et al (1933) ont montré qu'à teneur en eau constante, la relation entre le logarithme de la résistivité électrique et l'inverse de la température est linéaire. En conséquence, une correction par rapport à la température est nécessaire (James 1988) :

$$\ln(\rho) = A + \frac{B}{T} \quad (I.62)$$

T : température absolue (K) ;

A, B : constantes réelles.

#### 4.2.1.3. Propriétés électriques et structure du bois

Plusieurs études ont montré que le logarithme de la résistance d'un échantillon de bois évolue exponentiellement selon la teneur en eau (Sandoz 1993; Forsén & Tarvainen 2000; Ueno & Straube 2008). Par contre, cette relation n'est pas la même pour toutes les espèces de bois en raison de leurs différences de composition chimique, Figure I. 25.

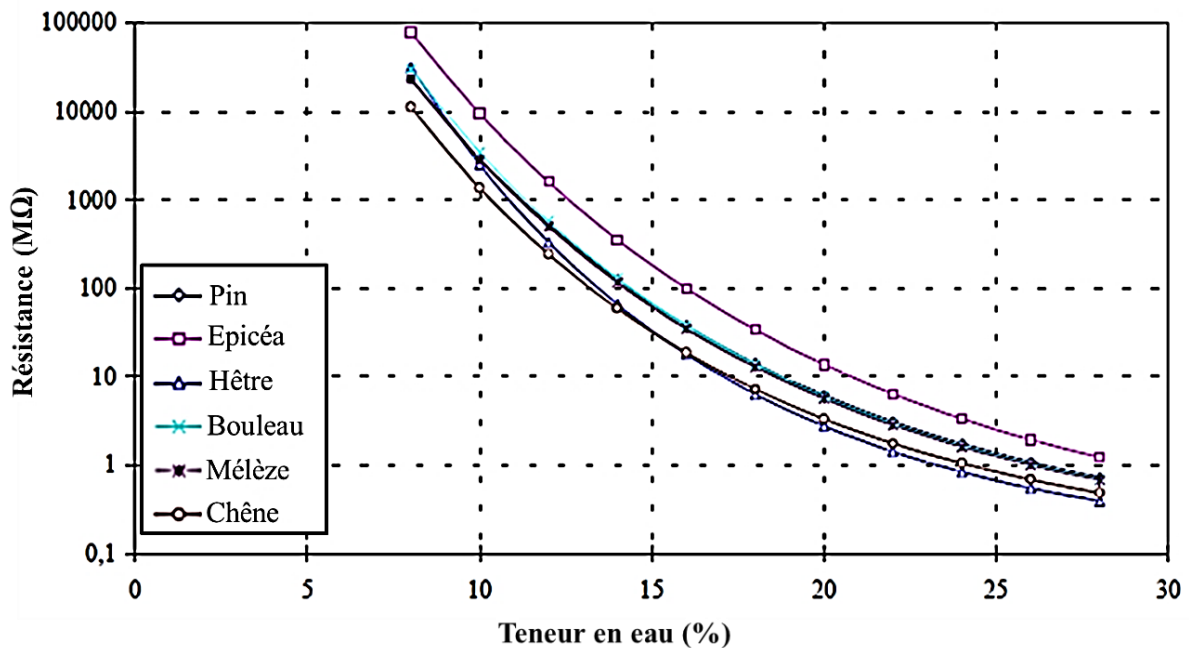


Figure I. 25: Résistance de différentes essences en fonction de la teneur en eau

La résistance du duramen et de l'aubier a également été étudiée. Les valeurs de résistances mesurées et calculées du duramen et de l'aubier du Pin sont représentées en Figure I. 26, (Forsén & Tarvainen 2000).

Lorsque la teneur en eau est inférieure à 8%, la résistance du duramen est légèrement plus forte que celle de l'aubier. Cependant, à une teneur en eau plus élevée, la différence de résistance est insignifiante.

La résistance du bois, dans la direction longitudinale, est environ 2 fois plus faible que dans les directions radiale et transversale (James 1988).

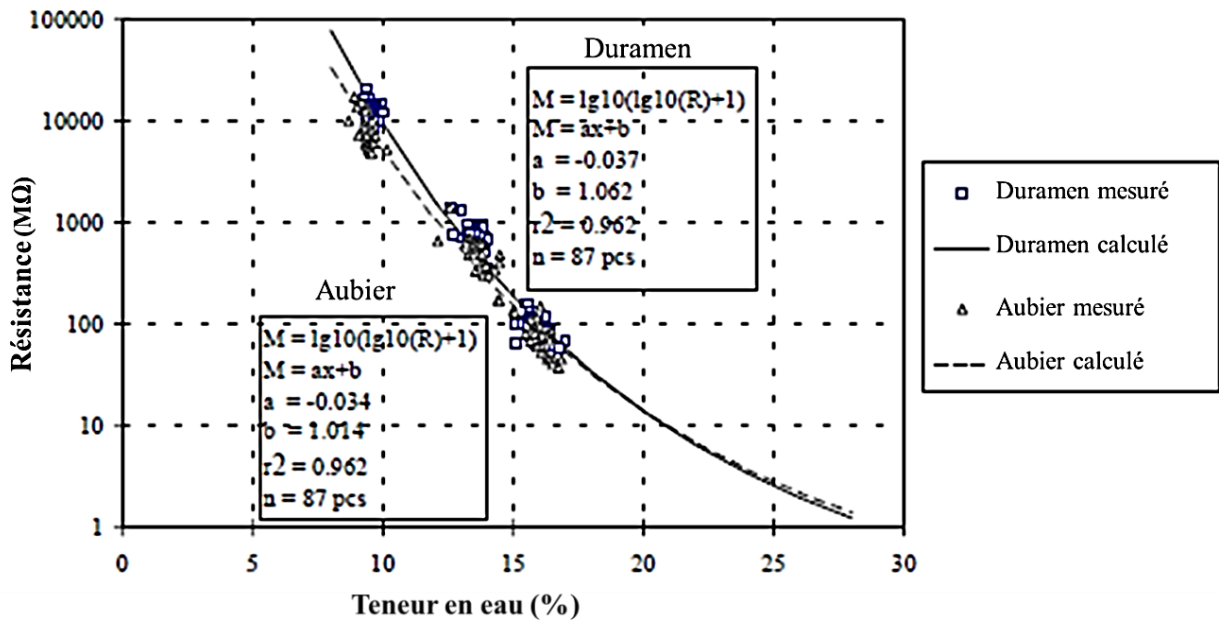


Figure I. 26 : Evolution de la résistance électrique du duramen et de l'aubier du Pin selon sa teneur en eau

#### 4.2.2. Généralités sur l'imagerie électrique

L'objectif de l'imagerie électrique est la reconnaissance multidimensionnelle des propriétés électriques intrinsèques du milieu étudié (sol ou échantillon de matériau). Son principe repose sur la mesure de la différence de potentiel d'une paire d'électrodes associée à l'injection d'un courant électrique au moyen d'une autre paire. Les mesures sont ensuite répétées sur les autres endroits de l'objet. Par une procédure d'inversion, on cherche alors à définir la répartition du champ électrique à partir des mesures effectuées (Marescot 2006).

##### 4.2.2.1. Diffusion électrique en milieu semi infini

Dans un milieu semi infini homogène et isotrope de résistivité  $\rho$ , un courant électrique  $I$  est injecté en un point  $C_1$ , la deuxième électrode  $C_2$  est considérée suffisamment éloignée pour que la distribution du courant soit homogène (Chapellier 2000), Figure I. 27.

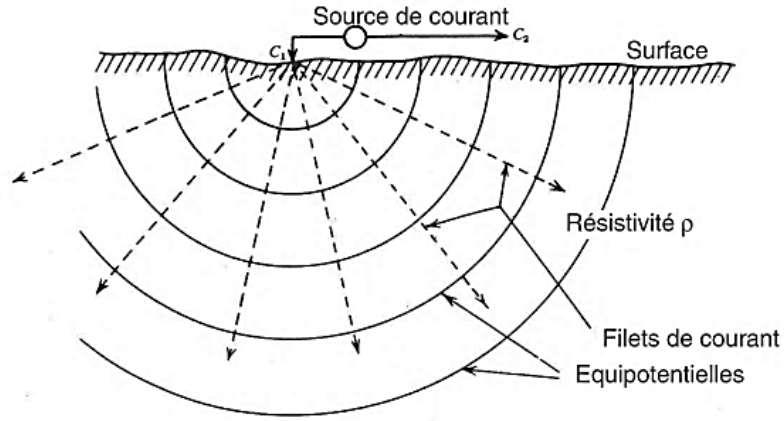


Figure I. 27 : Equipotentielles et lignes de courant pour une source ponctuelle

La valeur de la densité de courant  $J$  peut être obtenue en divisant l'intensité  $I$  par la surface traversée par le courant. La surface d'une demi-sphère de rayon  $r$  étant égale à  $2\pi r^2$ , nous avons donc :

$$J = \frac{dI}{dS} = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (\text{I.63})$$

L'expression locale de la loi d'Ohm, dans un milieu continu, peut s'écrire :

$$-\text{grad}V = \rho J \quad (\text{I.64})$$

L'intégration de  $-\text{grad}V$  permet de donner la forme suivante pour le potentiel, en considérant que le potentiel nul de référence est à  $r = \infty$  :

$$V = \rho \frac{I}{2\pi r} \quad (\text{I.65})$$

En considérant plusieurs sources de courant ( $n$  sources) disposées en surface, le potentiel au point  $M$  est alors :

$$V_M = \frac{\rho}{2\pi} \left[ \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} + \dots + \frac{I_n}{r_n} \right] \quad (\text{I.66})$$

$r_i$  : distance entre le point  $M$  et la source de courant  $n^\circ i$ .

#### 4.2.2.2. Imagerie électrique

En géologie, un courant continu est injecté dans le sol afin d'étudier la répartition du potentiel permettant d'en déduire la répartition de la résistivité dans le sous-sol. Dans le cas d'un milieu homogène et isotrope, cette résistivité correspond à la résistivité vraie ; ce qui n'est pas le cas pour des milieux hétérogènes. Dans ce cas, il est utilisé le concept de résistivité apparente.

La résistivité apparente est définie comme le rapport du potentiel mesuré à celui calculé théoriquement dans les mêmes conditions (même géométrie des électrodes, même intensité de courant injectée) pour un milieu homogène de résistivité 1 (Marescot 2008).

Pratiquement, la mesure de la résistivité apparente  $\rho_{app}$  ( $\Omega m$ ) est réalisée à la surface, et ce, à partir de deux électrodes  $C_1$  et  $C_2$  dites électrodes d'injection. Ensuite, un courant électrique d'intensité  $I_{C_1C_2}$  (mA) y est injecté permettant de mesurer la différence de potentiel  $\Delta V_{P_1P_2}$  (mV) entre les deux autres électrodes  $P_1$  et  $P_2$ , dites électrodes de potentiel. La mesure présente une valeur qui intègre les résistivités d'un certain volume du milieu considéré.

En appliquant l'expression (I.66), les potentiels à l'électrode  $P_1$  et  $P_2$  prennent la forme théorique suivante :

$$V_{P_1} = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} \right) \text{ et } V_{P_2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{C_1 P_2} - \frac{1}{C_2 P_2} \right) \quad (I.67)$$

La différence de potentiel entre  $P_1$  et  $P_2$  est alors :

$$\Delta V_{P_1P_2} = V_{P_1} - V_{P_2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_2 P_1} - \frac{1}{C_1 P_2} + \frac{1}{C_2 P_2} \right) \quad (I.68)$$

La résistivité apparente est alors donnée par l'expression suivante :

$$\rho_{app} = K \frac{\Delta V_{P_1P_2}}{I_{C_1C_2}} \quad (I.69)$$



Où K désigne un facteur géométrique prenant la forme théorique ci-dessous :

$$K = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{C_1 P_1} - \frac{1}{C_1 P_2}\right) - \left(\frac{1}{C_2 P_1} - \frac{1}{C_2 P_2}\right)} \quad (I.70)$$

#### 4.2.2.3. Acquisition des données et dispositifs

Une acquisition 2D utilise en général un grand nombre d'électrodes connectées à une nappe de câbles multi-électrodes reliée à un multiplexeur qui permet d'effectuer une grande combinaison de mesures à la fois verticalement (par écartement des électrodes) ou latéralement (par déplacement latéral du quadripôle). En combinant un balayage vertical et horizontal, le principe de mesure permet de reconstruire une cartographie de résistivités prenant la forme pyramidale présentée en Figure I. 29. Il existe plusieurs types de dispositifs d'acquisition qui sont représentés en Figure I. 28.

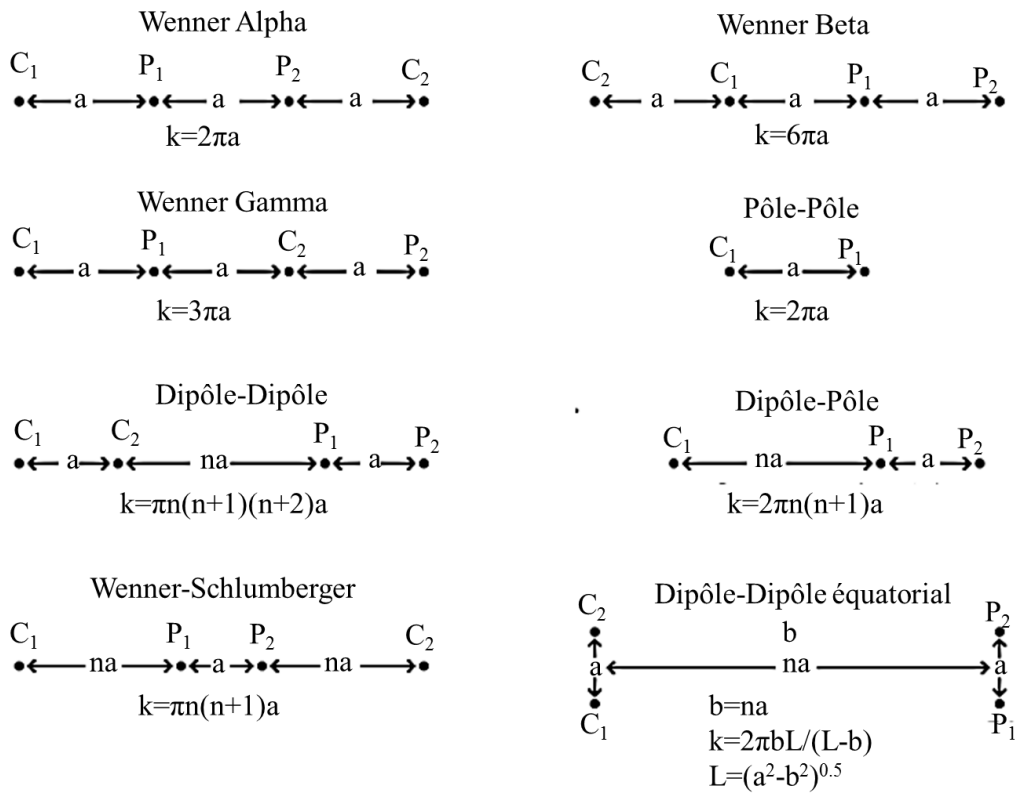


Figure I. 28 : Dispositif de mesure et facteur géométrique (Loke 2004)

L'acquisition du dispositif Wenner est plus sensible aux changements verticaux qu'horizontaux de la résistivité. Il est normalement utilisé pour détecter des structures en strates horizontales.

Le dispositif Dipôle-Dipôle, quant à lui, est sensible aux changements horizontaux de la résistivité et est donc idéal pour détecter des structures verticales. La densité de points est nettement supérieure à celle du dispositif Wenner. Les électrodes  $P_1$  et  $P_2$  sont situées en dehors de la zone délimitée par les électrodes de courants. La force du signal est faible. Son utilisation nécessite donc un bon contact entre les électrodes et le matériau.

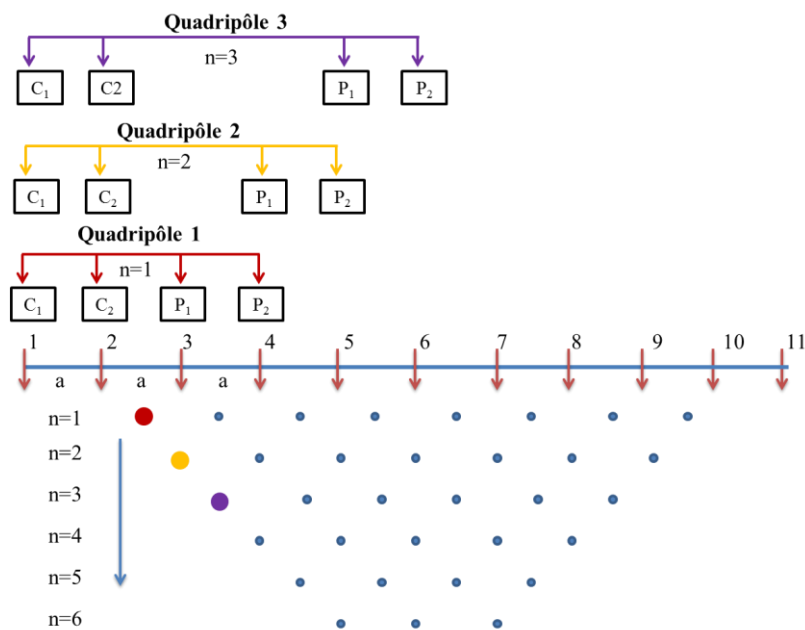


Figure I. 29 : Acquisition 2D et séquence de mesure pour un dispositif Dipôle-Dipôle

#### 4.2.3. Modélisation directe de l'imagerie électrique

En considérant un volume élémentaire  $V_0$  et une source  $I(x_s, y_s, z_s)$ , les modèles directs permettent de simuler la relation entre la densité de courant et le courant tel que :

$$\nabla J = \frac{I}{V_0} \delta(x - x_s)(y - y_s)(z - z_s) \quad (I.71)$$

Où  $\delta$  est la fonction de Dirac.

Cette équation représente la distribution du potentiel autour d'un point de source. Le problème direct peut être résolu par la méthode des différences finies (Marescot 2008; Loke 2004) ou la méthode des éléments finis (Degroot-Hedlin & Constable 1990; Tsourlos et al. 1998; Marescot 2004b; Marescot et al. 2005; Ren & Tang 2010).

#### 4.2.4. Modélisation inverse de l'imagerie électrique

Comme nous l'avons évoqué précédemment, les valeurs de résistivités obtenues sont normalisées en résistivité apparente en intégrant un certain volume du sous-sol. Une fois les données de résistivité apparentes collectées, l'opération inverse du problème direct est résolue pour remonter aux caractéristiques inconnues du terrain. Autrement dit, à partir de ces données mesurées, on cherche à retrouver les paramètres du modèle de terrain (résistivités inversées proches des résistivités vraies).

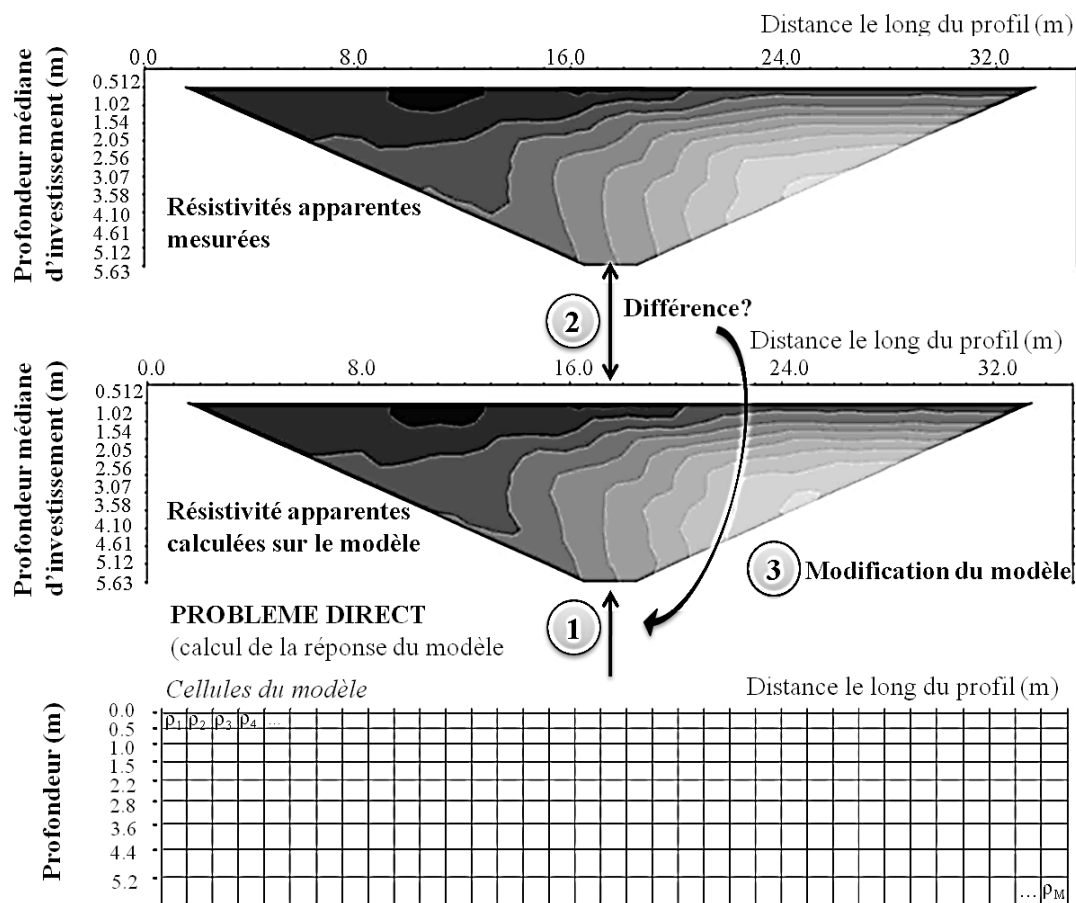


Figure I. 30 : Le processus d'inversion (Marescot 2008)

Le processus d'inversion est présenté dans la Figure I. 30. Il s'agit de déterminer les résistivités inconnues du modèle représentées sous la forme de cellules de résistivités constantes. Un modèle initial, qui peut être homogène, est tout d'abord élaboré. A partir de cela, la première étape concerne le calcul des résistivités apparentes par le problème direct. La deuxième étape détermine ensuite le degré de différence entre les profils de résistivités apparentes mesurés et calculés par la méthode des moindres carrés. La troisième étape consiste en la modification des résistivités des cellules du modèle initial en utilisant une formulation d'inversion (Gauss-Newton par exemple). L'opération est alors répétée itérativement jusqu'à ce que la différence entre les données de résistivités apparentes mesurées et calculées ne diminue plus de manière significative (Marescot 2006).

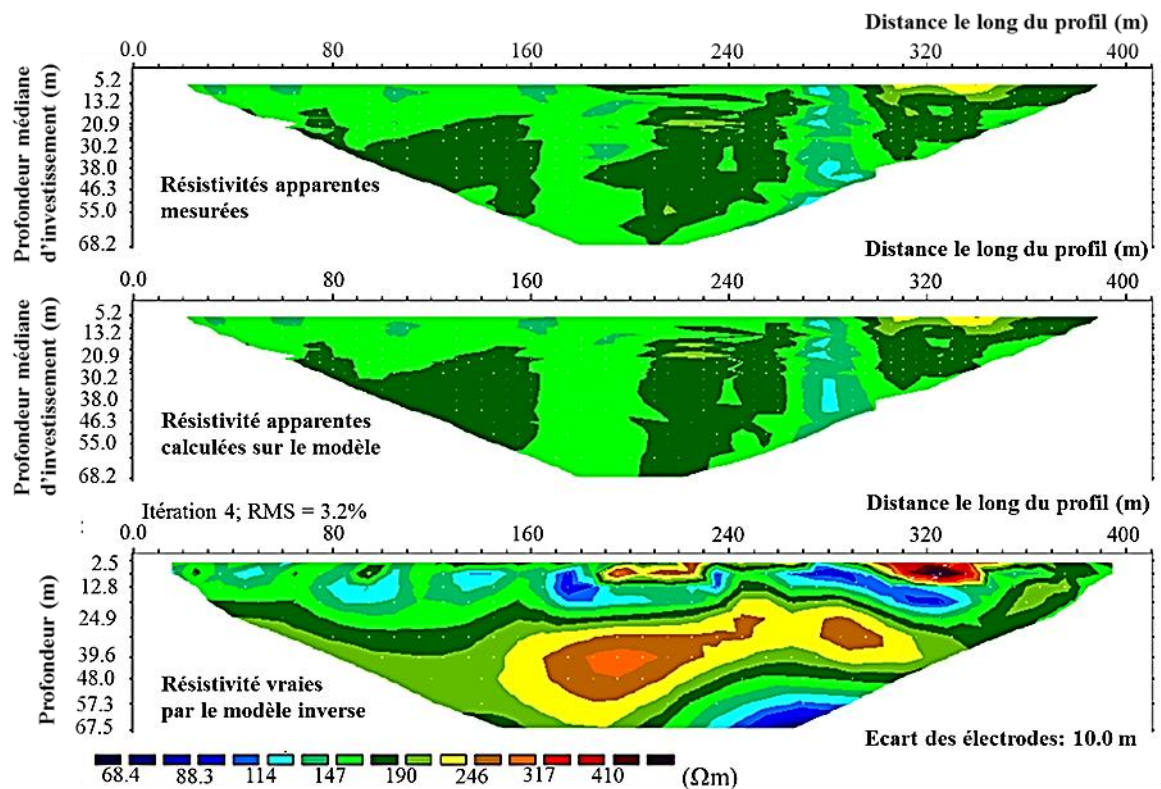


Figure I. 31 : Inversion d'une tomographie 2D par Res2Dinv (Marescot 2008)

En géophysique, le logiciel Res2Dinv est actuellement l'outil d'inversion couramment utilisé. Il permet, à partir des valeurs de résistivités apparentes mesurées, de trouver les résistivités vraies du terrain d'étude. Le logiciel procède par méthode itérative qui utilise, pour l'inversion, la méthode d'optimisation par moindres-carrés de Gauss-Newton ou de Levenberg-Marquardt. Les simulations du modèle direct sont réalisées par la méthode des

éléments finis ou des différences finies. Le maillage du modèle est généré automatiquement en fonction de la densité des points de mesures (Loke 2004). Nous présentons ici un exemple réalisé dans le sous-sol par Marescot (2008), Figure I. 31.

#### 4.2.5. Imagerie électrique appliquée aux matériaux du Génie Civil

Actuellement, les techniques de diagnostic non destructives, utilisant un multiplexage pour la mesure de la résistivité électrique des bois vivants (tomographie de la résistivité électrique) sont en développement. Lin C. J. et al (2012) a utilisé un système composé de 24 électrodes placées uniformément autour du tronc de Cèdres japonais. Toutes les tomographies ont affiché une nette tendance de haute résistivité électrique à la périphérie et de basse résistivité électrique à cœur, Figure I. 32.

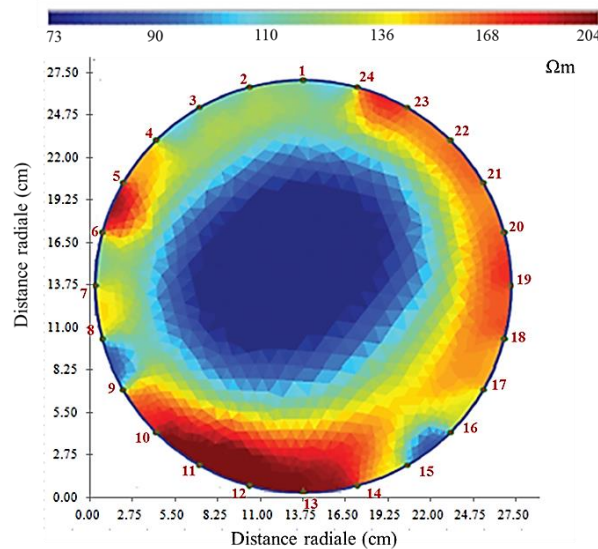


Figure I. 32 : Résistivité d'une section de cèdre japonais

Le facteur géométrique analytique, défini pour le milieu homogène semi-infini, n'est pas valable pour les cas d'un échantillon de dimension finie. Le calcul du facteur géométrique, compensé de la dimension des électrodes et de l'écart entre les électrodes et la géométrie de l'échantillon, est proposé par Marescot et al. (2006) tel que :

$$\rho_s = K.R_s \text{ et } \rho_0 = K.R_0 \quad (I.72)$$

$\rho_s$  et  $R_s$  sont, respectivement, la résistivité ( $\Omega m$ ) et la résistance ( $\Omega$ ) de l'échantillon.  $\rho_0$  et  $R_0$  sont la résistivité ( $\Omega m$ ) et la résistance ( $\Omega$ ) calculées par la méthode des éléments finis avec la géométrie et la configuration des électrodes de l'échantillon identiques.  $K$  est le facteur géométrique. Par inversion, nous avons :

$$K = \frac{\rho_0}{R_0} \text{ et } \rho_s = \frac{\rho_0}{R_0} . R_s \quad (I.73)$$

DuPlooy et al. (2013) ont appliqué cette technique pour déterminer la résistivité dans les échantillons de dimension finie en béton. Trois échantillons identiques de dimensions  $0.45 \times 0.35 \times 0.13 \text{ m}^3$ , à l'état initial sec, sont immergés partiellement jusqu'à 20 mm de profondeur dans 3 solutions de NaCl (échantillon 1: 0 g/L, échantillon 2 : 15 g/L et échantillon 3 : 30 g/L), Figure I. 33.

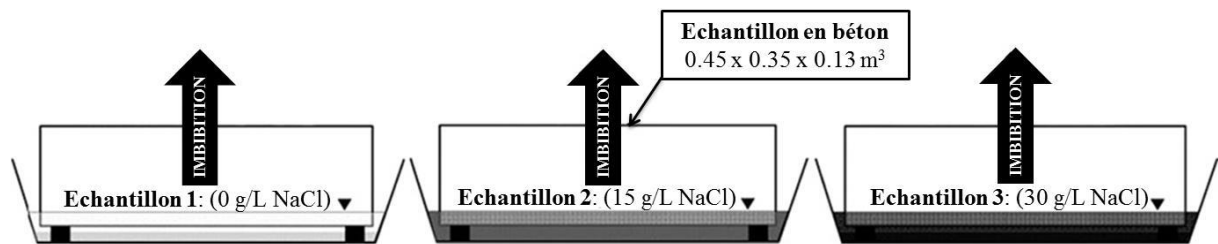


Figure I. 33 : Condition d'imbibition des échantillons

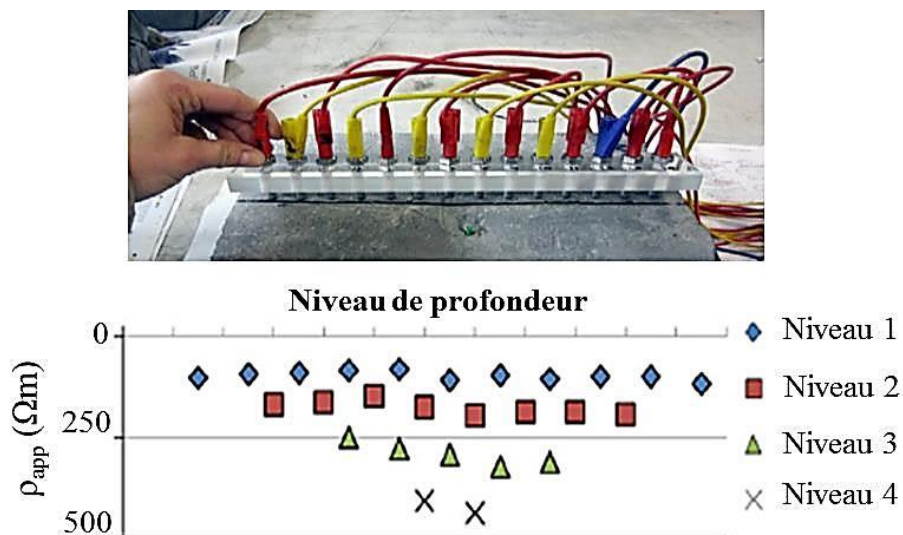


Figure I. 34 : Configuration multi-électrodes pour l'imagerie de résistivité



14 électrodes de 4 mm de diamètre et écartées de 20 mm sont placées dans la longueur des échantillons. Les électrodes sont connectées au système de multiplexage d'un résistivimètre Syscal Pro. 26 mesures en surface, pour 4 niveaux de profondeur, sont effectuées en employant la configuration Wenner, Figure I. 34.

En utilisant des facteurs géométriques corrigés (I.73), les résultats de résistivité des échantillons 1 et 3, obtenus par l'inversion avec le logiciel commercial Res2Dinv, sont présentés en Figure I. 35.

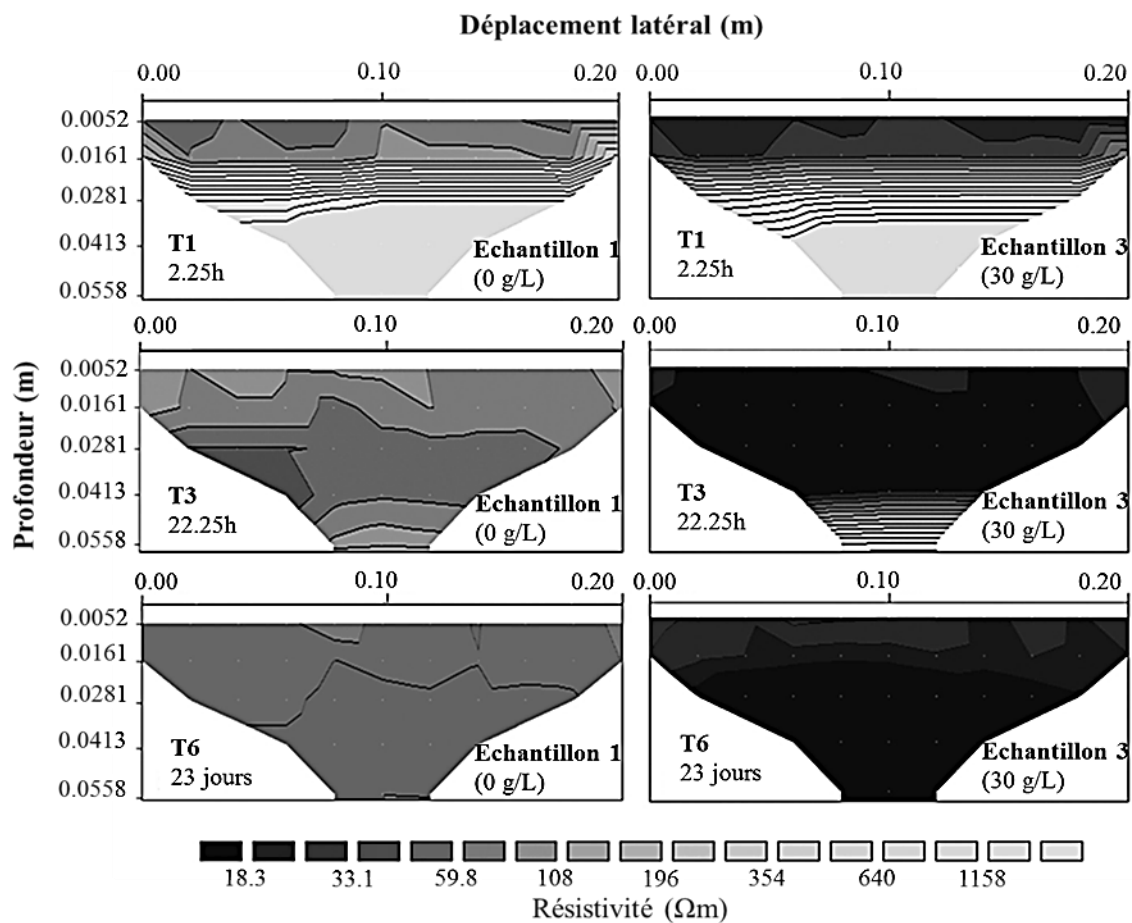


Figure I. 35 : Résultat des champs de résistivité inverse (DuPlooy et al. 2013)

## Conclusion

Ce premier chapitre, rassemblant l'ensemble de la base bibliographique de ce travail de thèse, a permis de présenter quelques généralités sur le matériau bois et plus précisément le rôle de l'eau dans ce matériau ainsi que les lois de transfert de masse associées. Sur un aspect purement numérique, les différents algorithmes, tels que l'implémentation des lois de diffusion et les différentes méthodes d'optimisation, sont présentés avant d'être implémentés, par la suite, dans des modèles de calcul. Enfin, le cœur du mémoire traitant de la mesure de l'humidité par méthodes radiométriques et électriques, les principes de bases sont rappelés. L'utilisation et la maîtrise de ces différents outils permettent d'aborder la thématique de ce travail de thèse ; à savoir, la détermination des champs d'humidité bidimensionnels par la mesure électrique. Cependant, dans un premier temps, le second chapitre présente un travail d'implémentation numérique associé à différentes explorations expérimentales qui permet de développer une stratégie expérimentale, associée à une méthode numérique inverse, dans la détermination des propriétés de diffusion utilisant, non seulement, les mesures de pesée moyenne mais également des profils hydriques spatiaux. Ainsi, nous abordons, à présent, la mise en œuvre d'une méthode inverse permettant la détermination des paramètres de diffusion dans le matériau bois.





# **CHAPITRE II : DETERMINATION DES PARAMETRES DE DIFFUSION PAR METHODE INVERSE**

## **Introduction**

Le bois est un matériau hygroscopique et la diffusion hydrique joue un rôle très important dans le problème de sa durabilité. La connaissance des paramètres de diffusion est indispensable afin de modéliser et de prédire l'évolution hydrique des ouvrages en extérieur (cycles d'humidification et de séchage) et de détecter les risques de fissuration (humidités basses) ou les risques d'attaques biologiques (humidités hautes). L'objectif poursuivi dans ce chapitre est de développer une méthode d'estimation des paramètres de diffusion.

Une première partie concerne la présentation d'un modèle direct par la méthode des différences finies qui permet de représenter la diffusion en régime transitoire dans des échantillons de bois. Ce modèle se base sur une loi de Fick non linéaire.

La deuxième partie repose sur le développement d'une méthode inverse de type Simplexe pour identifier les paramètres de diffusion. Deux techniques d'optimisation des paramètres de diffusion sont proposées. Une méthode dite standard repose sur l'évolution de la teneur en eau moyenne. Une méthode alternative dite couplée est basée sur l'évolution de la teneur en eau moyenne complétée de profils spatiaux de teneur en eau dans l'épaisseur. Quelques applications sont présentées en guise de validation de la méthode.

## **1. Modèle de diffusion par différences finies**

Pour des modèles de géométrie simple 1D et/ou 2D, la méthode des différences finies est une méthode rapide et fiable qui s'applique très bien au problème de diffusion. Dans le cadre de ce travail, nous présentons la modélisation de la diffusion hydrique par la méthode des différences finies en régime transitoire en utilisant une loi de Fick non linéaire. Dans un

premier temps, nous présentons le modèle 1D de diffusion unidirectionnelle et, dans un second temps, un modèle 2D.

### 1.1. Modèle théorique

Considérons un échantillon de géométrie élancée rectangulaire d'épaisseur  $e$ , initialement conditionné à une teneur en eau uniforme  $w_{ini}$ . A partir de l'instant  $t=0$ , on soumet les faces de gauche et de droite à une teneur en eau de surface imposée et égale à  $w_{eq}$ , teneur en eau d'équilibre finale, Figure II. 1. Nous supposons que le transfert unidirectionnel selon l'épaisseur de l'échantillon suivant les directions principales du bois, le flux hydrique est orienté selon l'axe  $x$

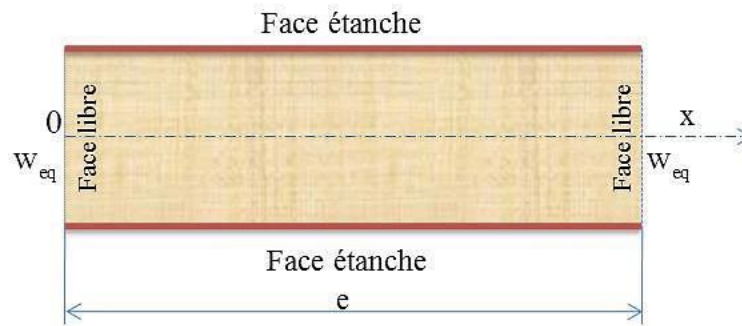


Figure II. 1 : Géométrie de l'échantillon

Le modèle que nous développons ici se compose de l'équation de Fick, écrite en coordonnées cartésiennes (équation (I.4)), et d'un ensemble de conditions initiales et limites. La non linéarité du processus de diffusion se traduit par un coefficient de diffusion dépendant de la teneur en eau (équation (I.8)). La loi de conservation de masse permet d'exprimer les échanges hydriques en surface via le coefficient d'échange surfacique  $S$  (I.6).

Finalement, l'équation aux dérivées partielles, qui modélise la diffusion dans la partie courante de l'échantillon, s'exprime par :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D_0 \exp(kw) \left[ k \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (\text{II.1})$$

## 1.2. Discrétisation spatiale et temporelle

L'échantillon est discrétisé en tranches d'égale épaisseur  $\Delta x$  (m), perpendiculairement à l'axe  $x$ , Figure II. 2 ; chaque point constituant une valeur spécifique de teneur en eau. Comme la diffusion est unidirectionnelle, chaque point représente la teneur en eau uniforme de chaque tranche. La discrétisation temporelle est décrite selon une forme d'Euler explicite en considérant le pas de temps  $\tau$ .

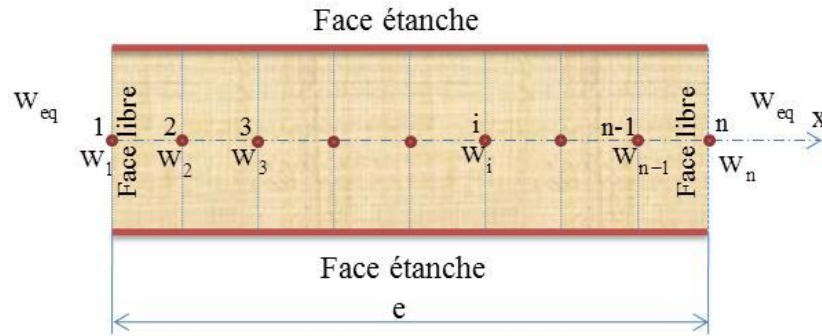


Figure II. 2: Discrétisation spatiale de la partie courante de l'échantillon

Notons  $w_i^t$  l'humidité à l'instant  $t$  au point  $i$ . L'intégration temporelle permet de déduire, au point  $i$ , l'évolution de l'humidité telle que :

$$w_i^{t+\tau} = \left(1 - \frac{2}{M}\right) w_i^t + \frac{1}{4M} \left[ k(w_{i+1}^t - w_{i-1}^t)^2 + 4(w_{i+1}^t + w_{i-1}^t) \right] \text{ avec } M = \frac{\Delta x^2}{D_0 \tau \exp(kW_i^t)} \quad (\text{II.2})$$

A la surface, deux hypothèses sont proposées. Dans le cas où les conditions limites sont de type Newton, la concentration de vapeur à la surface s'établit par transfert convectif modélisé par une loi d'échange du type (I. 6). La teneur en eau à la surface est alors représentée par :

$$w_n^{t+\tau} = \frac{2}{M} w_{n-1}^t + \left(1 - \frac{2}{M} - \frac{2}{N}\right) w_n^t + \frac{2}{N} w_{eq} \text{ avec } N = \frac{\Delta x}{S \tau} \quad (\text{II.3})$$

Dans le cas d'une convection forcée, la teneur en eau de la tranche à la surface tend vers l'état d'équilibre rapidement. On peut appliquer l'hypothèse de teneur en eau imposée à la surface (condition limite de type Dirichlet) telle que :

$$w_n^t = w_{eq}, t > 0 \quad (\text{II.4})$$

Dans le cas d'une diffusion symétrique, c'est-à-dire lorsque les deux faces de l'échantillon sont exposées à des airs ambiants de mêmes caractéristiques, avec le même coefficient d'échange surfacique, on peut réduire la discrétisation à la moitié de l'épaisseur. La teneur en eau au centre est alors calculée par :

$$W_1^{t+\tau} = \left(1 - \frac{2}{M}\right) W_1^t + \frac{2}{M} W_2^t \quad (\text{II.5})$$

Dans le cas où une seule face de l'échantillon est exposée à l'air ambiant, le coefficient d'échange surfacique de la face étanche est considéré comme nul. A partir de l'équation (II.3), l'expression de la teneur en eau de la surface étanche permet d'écrire :

$$w_n^{t+\tau} = \frac{2}{M} w_{n-1}^t + \left(1 - \frac{2}{M}\right) w_n^t \quad (\text{II.6})$$

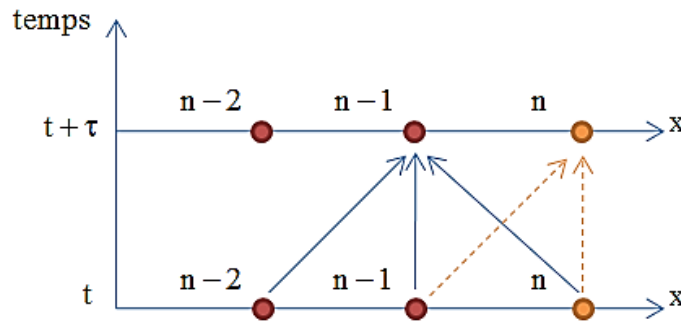


Figure II. 3: Schéma de la discrétisation temporelle (échange surfacique).

Le schéma de calcul de la répartition de la teneur en eau dans l'échantillon est représenté en Figure II. 3. Connaissant l'humidité à l'instant  $t$ , on est capable de prédire l'humidité au bord à l'instant  $t + \tau$ . Si on connaît le profil spatial de la teneur en eau à l'intérieur de l'échantillon à l'instant  $t=0$ , on peut calculer la nouvelle teneur en eau en chaque point à l'instant  $\tau$  suivant. Pour un temps donné, la teneur en eau de chaque tranche est mise à jour de proche en proche. Ensuite, un processus itératif en temps permet de mettre à jour le champ temporel d'humidité.

Sur ce même principe, un modèle direct de diffusion 2D est généralisé par la méthode des différences finies. Le détail des développements est proposé dans l'annexe A1. 1.

### 1.3. Critères de convergence

Le calcul, selon le schéma explicite de la méthode des différences finies, permet de faciliter la programmation et de réduire le temps de résolution. Cependant, pour assurer que la résolution converge vers la solution, il faut choisir le pas de discrétisation  $\Delta x$  et le pas de discrétisation temporelle  $\tau$  suffisamment petits. Une convergence de la méthode ne permet pas de s'assurer de sa précision. Mais, pour assurer le fonctionnement du modèle, les pas de discrétisation spatiale et temporelle doivent respecter des critères de convergence. Un compromis est donc nécessaire pour atteindre une convergence et une précision du processus itératif, et ce, en accord avec plusieurs critères.

#### 1.3.1. Critère diffusif

Le premier critère, dit critère diffusif, est lié au coefficient de diffusion. Pour obtenir un critère strict, tous les termes diagonaux des équations (II.2), (II.3) et (II.5) doivent être positifs. La condition suffisante de convergence est alors :

$$M \geq 2 \quad (\text{II.7})$$

Il s'agit d'un critère standard de la méthode des différences finies par résolution explicite. Ce critère est équivalent à :

$$\tau \leq \frac{\Delta x^2}{2D_0 \exp(kw_i^t)} \quad (\text{II.8})$$

Le critère le plus restrictif sur le choix du pas de temps  $\tau$  est donc conditionné par les valeurs extrêmes de teneur en eau susceptibles d'être atteintes lors de la simulation. Il a un sens physique dans la mesure où il contraint à utiliser un pas de temps faible dans l'étude de phénomènes rapides, en raison d'une valeur élevée du coefficient de diffusion ou d'une faible épaisseur, ou des deux à la fois.

### 1.3.2. Critère diffusif et surfacique

Le deuxième critère, dit critère diffusif et surfacique, est lié au problème de conditions aux limites qui concerne le coefficient de diffusion et le coefficient d'échange surfacique. De la même manière que précédemment, à partir de l'équation (II.3), la condition de convergence s'écrit :

$$1 - \frac{2}{M} - \frac{2}{N} \geq 0 \quad (\text{II.9})$$

Nous avons donc :

$$\tau \leq \frac{\Delta x^2}{2[D_0 \exp(kw_n^t) + S\Delta x]} \quad (\text{II.10})$$

Aux limites géométriques, le choix des pas de discrétisation spatiale et temporelle dépend non seulement du coefficient de diffusion mais également du coefficient d'échange surfacique. Lorsque la convection en surface est forcée, le pas de discrétisation temporelle choisi doit être petit. Dans ce cas, l'hypothèse de teneur en eau imposée est plus pertinente court-circuitant ainsi ce second critère de convergence. Cela permet non seulement de ne pas perdre la précision de calcul mais également de pouvoir réduire le temps de résolution grâce au choix d'un pas de discrétisation temporelle plus grand, et ce, pour une même précision de calcul.

### 1.3.3. Choix du critère de convergence

Le critère diffusif est appliqué au cas de l'hypothèse de teneur en eau imposée à la surface (II.8). Dans le cas de diffusion avec échange surfacique, il faut respecter les deux critères (II.8) et (II.10). On constate que le critère diffusif et surfacique ajoute une contrainte supplémentaire sur la taille de l'incrément de temps. Le critère est le plus restrictif sur le choix de la teneur en eau maximum lors de la simulation. Dans ce dernier cas, il est choisi selon l'expression suivante :

$$\tau \leq \frac{\Delta x^2}{2[D_0 \exp(kw_{\max}) + S\Delta x]} \quad (\text{II.11})$$

$w_{\max}$ : teneur en eau maximum lors de la simulation.

D'un point de vue pratique, le pas de discrétisation spatiale est tout d'abord choisi. Il dépend de l'épaisseur de l'échantillon et de la finesse du maillage étudié. Dans un second temps, le critère de convergence déterminera le pas maximum de discrétisation temporelle. L'annexe A1.2 présente l'étude de convergence pour le modèle de diffusion en 2D.

## 1.4. Modèle direct de diffusion

### 1.4.1. Programmation du modèle

A partir des équations théoriques par la méthode des différences finies développées ci-dessus, un modèle direct de diffusion est programmé à l'aide du code Visual Basic intégré dans la suite Office. L'interface de programmation est représentée en Figure II. 4.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	<b>Données du modèle DF</b>				Calcul	
3	Demi-Epaisseur de l'échantillon (m)	0.012				
4	Nombre d'intervalles	6			Résultats	
5	Pas de discrétisation spatiale (m)	0.002			Do =	2.378E-09
6	Pas de temps maxi (s)	1303			S =	4.096E-07
7	Pas de temps choisi (s)	100			k =	-5
8	Temps de fin de calcul DF (s)	21600000	6000 h		W <sub>eq</sub> =	0.24
9					W <sub>ini</sub> =	0.127
10						
11						
12	<b>Données expérimentales à exploiter</b>			CL surface externe <input type="radio"/> W <sub>lim</sub> imposé <input checked="" type="radio"/> Echange S		
13	Numéro de la courbe :	1				
14						
15	<b>Paramètres de diffusion</b>					
16	Do (m²/s) =	2.378E-09				
17	k =	-5				
18	S (m/s) =	4.096E-07				
19						
20	<b>Condition initiale et limite</b>					
21	Teneur en eau équilibre (kg/kg)	0.24				
22	Teneur en eau initiale (kg/kg)	0.127				
23						

General Mesures Profils spatiaux Evolution de masse

Figure II. 4 : Interface sous Microsoft VBA du modèle direct

Si on connaît les paramètres de diffusion, l'état initial et l'état équilibre de l'échantillon, ce modèle direct permet de représenter les profils spatiaux de la teneur en eau dans l'épaisseur de l'échantillon en fonction du temps. Cela permet de déterminer l'évolution



de la teneur en eau à chaque position ainsi que la teneur en eau moyenne de l'échantillon en fonction du temps, et ce, par intégration numérique (méthode des trapèzes ou de Simpson par exemple).

Prenons un exemple de diffusion unidirectionnelle d'un échantillon de 24 mm d'épaisseur. La teneur en eau de cet échantillon, à 2 faces exposées à l'air ambiant, évolue dans une phase d'adsorption d'une humidité initiale uniforme de 12.7% vers un état d'équilibre imposé de 24% (simulation d'une mise en enceinte à l'humidité relative de 65% et à température de 20°C). Le Tableau II. 1 souligne les paramètres de diffusion choisis.

Tableau II. 1: Paramètres de diffusion choisis

$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	S (m/s)
2.38E-10	-5	4.10E-7

Dans ce cas, comme la diffusion est symétrique, la demi-épaisseur est considérée pour la résolution. Si on choisit  $\Delta x = 0.002$  m, c'est-à-dire en discrétisant la demi-épaisseur de l'échantillon en 6 tranches, le pas de discrétisation temporelle doit satisfaire l'équation (II.11):

$$\tau \leq \frac{(2E-3)^2}{2[(2.378E-10) \times \exp(-5 \times 0.24) + (4.096E-7) \times (2E-3)]} = 1303s$$

Nous optons pour un pas de temps de 100s assurant largement la convergence du modèle. Dans un premier temps, l'application permet de tracer les profils spatiaux de teneur en eau de l'échantillon en fonction du temps, Figure II. 5. L'évolution de teneur en eau de chaque position en fonction du temps est également visualisée en Figure II. 6.

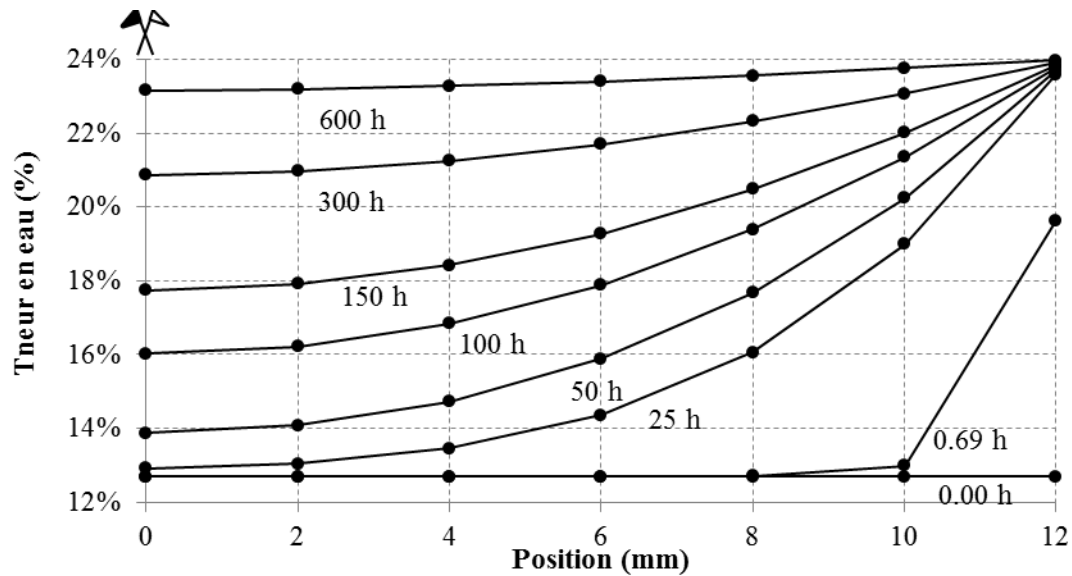


Figure II. 5 : Demi-profils spatiaux de la teneur en eau dans l'échantillon

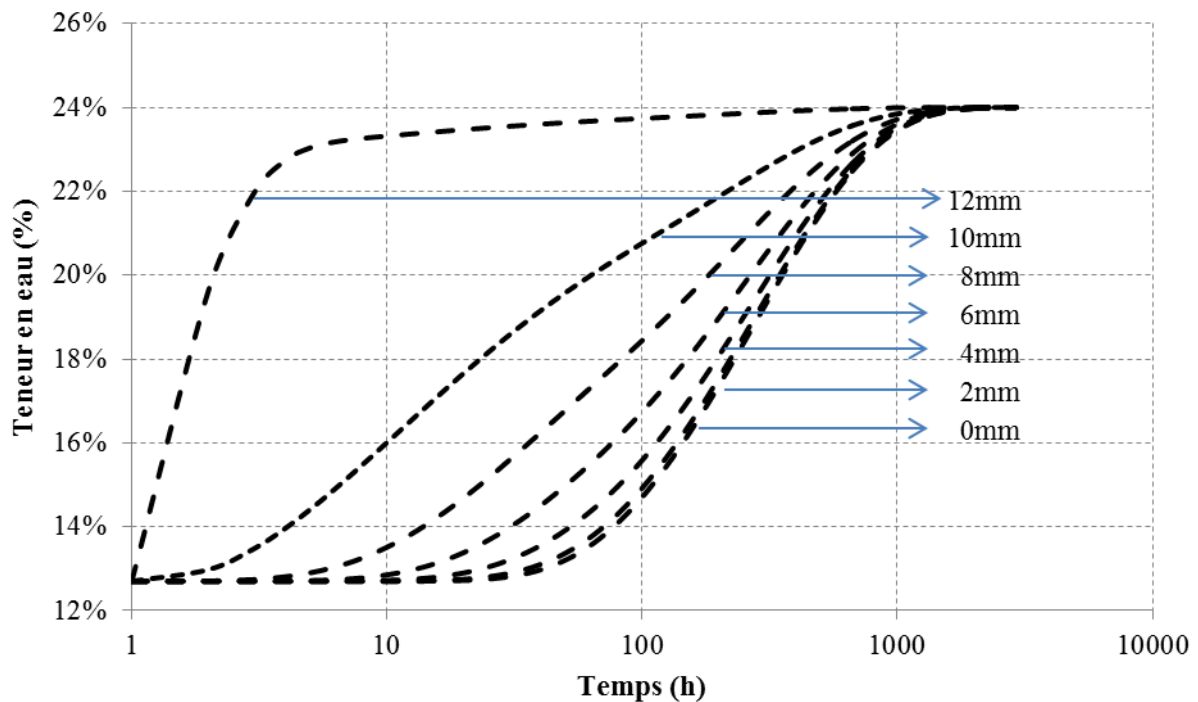


Figure II. 6 : Evolution de la teneur en eau de chaque position en fonction du temps

Dans un second temps, la Figure II. 7 met en évidence l'évolution de la teneur en eau moyenne de l'échantillon en fonction du temps. Cette évolution permet usuellement d'optimiser les paramètres de diffusion en la comparant à l'évolution temporelle de la masse d'un échantillon durant un essai gravimétrique.

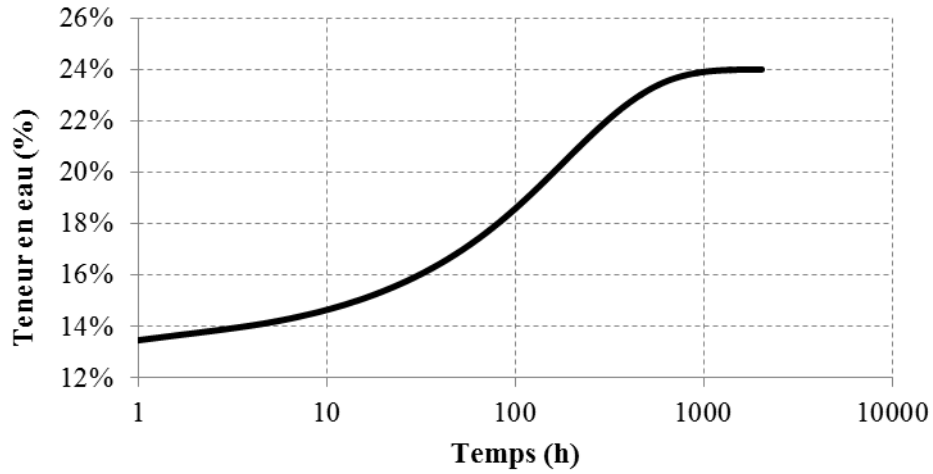


Figure II. 7 : Evolution de la teneur en eau moyenne en fonction du temps

En conclusion, la modélisation de la diffusion par la méthode des différences finies permet d'estimer l'évolution de la teneur en eau moyenne, de prévoir sa distribution dans l'épaisseur à chaque instant dans l'échantillon étudié.

#### 1.4.2. Validation du modèle

##### 1.4.2.1. Comparaison avec une méthode analytique

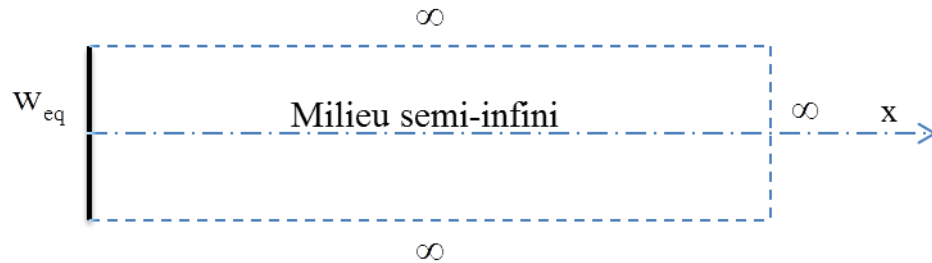


Figure II. 8 : Hypothèse de milieu semi infini de la méthode analytique

Un modèle de diffusion linéaire, dans un milieu semi-infini (Figure II. 8), est défini selon la méthode analytique d'analogie de diffusion thermique (Jannot 2011) :

$$\frac{w_i^t - w_{eq}}{w_{ini} - w_{eq}} = \operatorname{erf}\left(\frac{x\sqrt{D}}{2\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{Sx}{D} + \frac{S^2t}{D^3}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x\sqrt{D}}{2\sqrt{t}} + \frac{St}{\sqrt{D}}\right) \quad (\text{II.12})$$

$$\text{Avec } \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int \exp(-x)^2 dx = 1 - \operatorname{erfc}(x)$$

Considérons une diffusion unidirectionnelle linéaire avec une face exposée. Nous prenons l'exemple de l'échantillon de 24mm d'épaisseur, la teneur en eau évoluant de l'état initial uniforme de 12.7% à l'état équilibre de 24%. Les paramètres de diffusion sont représentés dans le Tableau II. 2.

Tableau II. 2 : Paramètres de diffusion linéaire

$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	S (m/s)
2.38E-10	0	4.10E-7

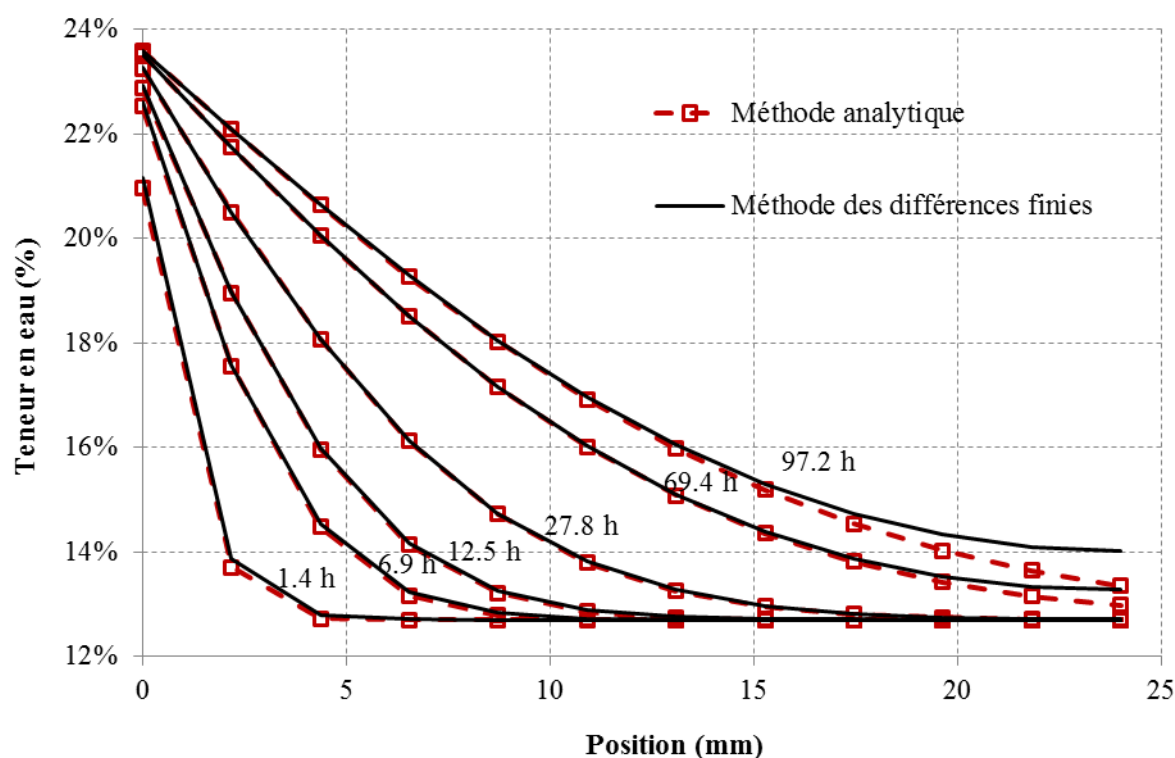


Figure II. 9 : Profils de teneur en eau analytique et par différences finies

Les profils de teneur en eau obtenus par les deux méthodes sont présentés en Figure II. 9. Pendant les premiers instants, lorsque l'eau n'a pas encore diffusé au deuxième bord de l'échantillon, les profils se superposent bien. Cependant, la divergence entre le calcul analytique et la modélisation par différences finies, et ce, au cœur de l'échantillon, s'explique par l'hypothèse de milieu semi-infini qui n'est pas respectée pour les dimensions de l'échantillon choisi. Cependant, par la suite, nous verrons qu'une comparaison avec un calcul 'classique' par éléments finis permet de lever cette incertitude.

#### 1.4.2.2. Confrontation avec la méthode des éléments finis

Reprenons l'exemple de diffusion non linéaire unidirectionnelle d'un échantillon de 24 mm d'épaisseur dont les deux faces sont exposées à l'air ambiant avec des paramètres de diffusion du Tableau II. 1 pour alimenter le modèle de diffusion développé en éléments finis. La courbe d'évolution temporelle de la teneur en eau moyenne de l'échantillon, résultant de la méthode des éléments finis, est en parfaite concordance avec celle obtenue par la méthode des différences finies (Figure II. 10).

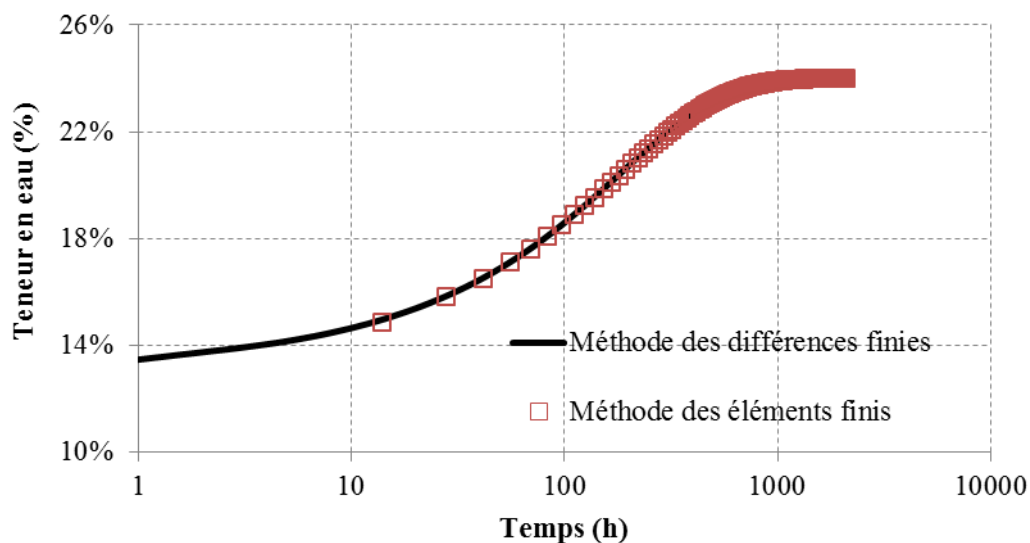


Figure II. 10 : Evolution de teneur en eau par les méthodes différences finies et éléments finis

#### 1.4.2.3. Conclusion

Plusieurs tests de comparaison des profils spatiaux de teneur en eau (méthode analytique) et d'évolution de teneur en eau moyenne (méthode des éléments finis) ont également été effectués avec d'autres jeux de paramètres de diffusion. L'ensemble de ces tests met en avant un bon fonctionnement de l'algorithme de résolution du problème de diffusion implémenté dans les codes de calculs aux différences et éléments finis. L'utilisation des différences finies, pour les problèmes uni-axiaux, est encouragée par les temps de calculs courts, et ce, pour des simulations à grand nombre de pas. Cependant, pour des problèmes bidimensionnels et/ou tridimensionnels isotropes et orthotropes, les éléments finis permettent une plus grande souplesse d'utilisation en employant, d'une part, des supports géométriques

complexes et, d'autre part, une plateforme de développement Castem éprouvée depuis des décennies. Les deux approches souffrent cependant de la nécessité d'intégrer, dans la boucle de résolution, un critère de convergence afin d'optimiser le pas de calcul et le pas de discrétisation géométrique. Le développement d'un outil de modélisation de la diffusion n'est pas un objectif en soi. Il servira cependant de moteur de calcul intégré dans un algorithme de caractérisation des paramètres de diffusion, et ce, par méthode inverse.

## **2. Méthode inverse de détermination des paramètres de diffusion**

Cette partie présente le développement d'une technique numérique pour la détermination des paramètres de diffusion dans le bois. Nous présentons un algorithme d'inversion dans le but de déterminer les paramètres de diffusion caractérisés par le coefficient de diffusion anhydre  $D_0$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ ), le coefficient de non linéarité  $k$ , le coefficient d'échange surfacique  $S$  ( $\text{m/s}$ ) ainsi que la teneur en eau initiale  $w_{\text{ini}}$  ( $\text{kg/kg}$ ) et d'équilibre  $w_{\text{eq}}$  ( $\text{kg/kg}$ ) dans l'échantillon.

Nous proposons deux techniques d'identification, l'une, que nous appellerons standard, basée sur l'évolution de la teneur en eau moyenne par pesée et l'autre, que nous appellerons couplée, basée à la fois sur l'évolution de la teneur en eau moyenne et sur l'exploitation de profils spatiaux dans l'épaisseur de l'échantillon.

### **2.1. Schéma de détermination des paramètres de diffusion**

Le schéma de détermination des paramètres de diffusion est présenté en Figure II. 11. L'algorithme du Simplexe est utilisé pour minimiser l'écart entre les données expérimentales et celles obtenues par la méthode des différences finies. En effet, parmi les algorithmes de minimisation disponibles dans la littérature, l'algorithme du Simplexe (partie 3.1 du chapitre I) convient dans notre cas car, contrairement aux autres méthodes, la dérivation de la fonction objectif n'est pas nécessaire et, dans le cas d'un problème ayant peu de paramètres à identifier, cette technique de minimisation est plus performante et plus rapide.

En premier lieu, nous choisissons des paramètres d'entrée quelconques qui peuvent être choisis initialement de manière empirique ou en se référant à des données

bibliographiques. Dans le cas où l'écart entre les données expérimentales et numériques ne serait pas minimal, l'algorithme du Simplexe va recalculer un nouveau jeu de paramètres, et ce, jusqu'à l'obtention d'un minimum d'écart entre données expérimentales et numériques au sens des moindres carrés. Dans le cadre de ce travail, l'algorithme est implémenté dans le code VBA connecté au tableur Excel, Figure II. 12.

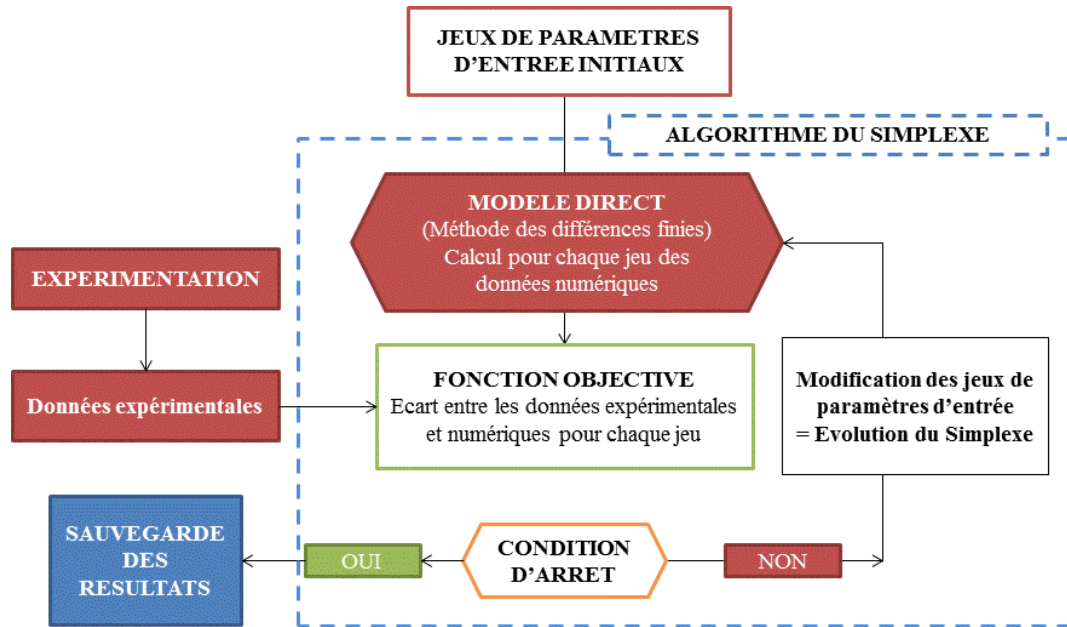


Figure II. 11 : Algorithme de détermination des paramètres de diffusion

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1								Itérations	f	Do(m <sup>2</sup> /s)	k	S(m/s)
2								1	7.06E-04	2.17E-09	-1.97	2.66E-07
3								2	6.15E-04	1.88E-09	-3.95	3.11E-07
4								3	4.77E-04	1.66E-09	-5.44	3.44E-07
5	Données du modèle DF				Calcul			4	3.97E-04	1.55E-09	-6.18	3.60E-07
6	Demi-épaisseur de l'échantillon (m)	0.015						5	3.58E-04	1.45E-09	-6.42	3.82E-07
7	Nombre d'intervalles	5			Résultats			6	3.45E-04	1.40E-09	-6.54	3.93E-07
8	Pas de discrétisation spatiale (m)	0.003			Do(m <sup>2</sup> /s)	1.43E-09		7	3.41E-04	1.37E-09	-6.60	3.99E-07
9	Estimation de D (pour critère conv.)	6.50E-10			k	-7.18		8	3.40E-04	1.36E-09	-6.63	4.01E-07
10	Pas de temps maxi (s)	3154			S(m/s)	3.68E-07		9	3.40E-04	1.35E-09	-6.65	4.04E-07
11	Pas de temps choisi (s)	100			weg (kg/kg)	0.13		10	3.40E-04	1.34E-09	-6.66	4.05E-07
12	Temps de fin de calcul DF (s)	5760000	1600 h		wini(kg/kg)	0		11	3.40E-04	1.35E-09	-6.67	4.05E-07
13					F	1.81E-04		12	3.40E-04	1.34E-09	-6.68	4.05E-07
14								13	3.40E-04	1.34E-09	-6.68	4.05E-07
15	Données expérimentales à exploiter							14	3.40E-04	1.34E-09	-6.68	4.05E-07
16	Numéro de la courbe :	1						15	3.40E-04	1.34E-09	-6.69	4.05E-07
17								16	3.40E-04	1.34E-09	-6.69	4.04E-07
18								17	3.40E-04	1.34E-09	-6.70	4.04E-07
19	Initialisation	I=à identifier	P1	P2	P3	P4	P5	18	3.40E-04	1.35E-09	-6.71	4.03E-07
20		Do(m <sup>2</sup> /s)	1	3.27E-09	3.00E-09	2.00E-09	2.60E-09	19	3.40E-04	1.35E-09	-6.72	4.02E-07
21		k	1	2	-1	-2	1	20	3.40E-04	1.35E-09	-6.74	4.02E-07
22		S(m/s)	1	4.73E-08	1.00E-08	3.70E-07	2.00E-07	21	3.40E-04	1.35E-09	-6.76	4.00E-07
23		weg (kg/kg)	0	0.13				22	3.39E-04	1.36E-09	-6.77	3.99E-07
24		wini(kg/kg)	0	0				23	3.39E-04	1.36E-09	-6.78	3.98E-07
25								24	3.39E-04	1.37E-09	-6.82	3.95E-07
26								25	3.39E-04	1.37E-09	-6.82	3.94E-07

Figure II. 12 : Interface sous Microsoft VBA du modèle inverse

## 2.2. Identification des paramètres de diffusion à partir des mesures de pesée

L'optimisation des paramètres de diffusion par la méthode des différences finies, à partir des mesures de pesée, a fait l'objet de plusieurs travaux dans le passé (Simpson & Liu 1997; Cai 2005; Zhou et al. 2011). Notre méthode d'inversion permet, cependant, non seulement de déterminer des coefficients de diffusion mais également d'affiner les hypothèses concernant les conditions initiales et les conditions limites lors des essais de sorption.

### 2.2.1. Fonction objectif et critères d'arrêt

#### 2.2.1.1. Fonction objectif

La fonction objectif est définie par la norme de l'écart au sens des moindres carrés. La somme des carrés des  $N$  écarts entre la teneur en eau mesurée  $\bar{w}_{\text{mes}}$  et la teneur en eau calculée par le modèle direct  $\bar{w}_{\text{num}}$ , et ce, au temps de calcul  $t_i$ , est donnée par l'expression suivante :

$$F_1 = \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N [\bar{w}_{\text{num}}(t_i) - \bar{w}_{\text{exp}}(t_i)]^2} \quad (\text{II.13})$$

$t_i$  : instant de calcul.

#### 2.2.1.2. Critères d'arrêt

Communément, le critère est proposé sur la base de la fonction objectif en considérant une valeur minimale  $F_n$ . L'algorithme du Simplexe s'arrête lorsque :

$$F_{\text{max}} \leq F_n \quad (\text{II.14})$$

$F_{\text{max}}$  désigne la valeur maximale de la fonction objectif calculée sur chacun des points du Simplexe.

La valeur de la fonction objectif dépendant fortement des données expérimentales, si la déviation est forte, l'algorithme ne pourra jamais converger. Donc, nous proposons et



utilisons un autre critère sur la variation des paramètres entre deux itérations successives. Dans ces conditions, nous optons pour un critère de convergence normalisé permettant de donner un poids équivalent à chaque paramètre du modèle. En considérant le vecteur  $x_i$  composé, au pas n°i, de chaque valeur des paramètres, le critère s'écrit :

$$\left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i} \right| \leq F_m \quad (\text{II.15})$$

$F_m$  désigne la valeur maximale de la variation relative des paramètres entre deux itérations successives.

Cependant, l'inconvénient principal de ce critère est un risque d'identification de minima locaux. Une étude de chemin d'identification des paramètres est donc nécessaire. Le principe consiste à choisir initialement plusieurs vecteurs de paramètres suffisamment éloignés afin de vérifier que l'algorithme converge vers la même solution. Lorsque deux chemins d'inversion convergent vers un même minimum de la fonction objectif, les paramètres sont identifiés. Dans le cas contraire, il est nécessaire de retirer aléatoirement une autre solution de départ et vérifier la valeur de la fonction objectif. Bien que cela prenne plus de temps, cela permet d'éviter des solutions locales et de rendre plus robuste la méthode d'inversion.

## 2.2.2. Validation de la méthode inverse

### 2.2.2.1. Test sur des données bibliographiques

A partir des données expérimentales de Simpson (1993), nous reproduisons numériquement l'évolution de la teneur en eau par l'identification des paramètres de diffusion. Les 4 faces d'un échantillon de dimensions 76 x 146 x 12.7 mm<sup>3</sup> (en T x L x R) sont étanchéifiées par de la peinture d'aluminium pour assurer une diffusion unidirectionnelle selon la direction radiale de 12.7 mm d'épaisseur. La teneur en eau globale de l'échantillon est évaluée pendant un essai d'adsorption de l'état anhydre vers 4 niveaux différents de teneur en eau d'équilibre : 5.06%, 9.95%, 13.65% et 17.91%.

Dans le cas de diffusion symétrique, la demi-épaisseur de l'échantillon est discrétisée en 5 tranches d'épaisseur suffisamment petite de 0.127 mm. Le pas de discrétisation temporelle choisi est de 50s. En connaissant les teneurs en eau initiale et d'équilibre, à partir des valeurs de teneur en eau moyenne mesurées, notre modèle inverse permet d'identifier les paramètres de diffusion  $D_0$ ,  $k$  et  $S$  présentés dans le Tableau II. 3.

Tableau II. 3: Résultat d'identification des mesures expérimentales

Teneur en eau (%)	17.91	13.65	9.95	5.06
$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	2.22E-10	9.77E-11	1.25E-10	9.12E-11
$k$	1.84	6.52	-0.13	-7.77
$S$ (m/s)	5.96E-07	8.27E-07	7.01E-07	5.75E-06
$F$	2.65E-04	1.71E-04	1.80E-04	1.80E-04

Deux points de départ différents donnent une solution unique. Par exemple nous présentons, en Figure II. 13, deux chemins d'identification de deux conditions initiales différentes (CI1 et CI2) du paramètre de diffusion anhydre de l'échantillon de 17.91% de teneur en eau d'équilibre.

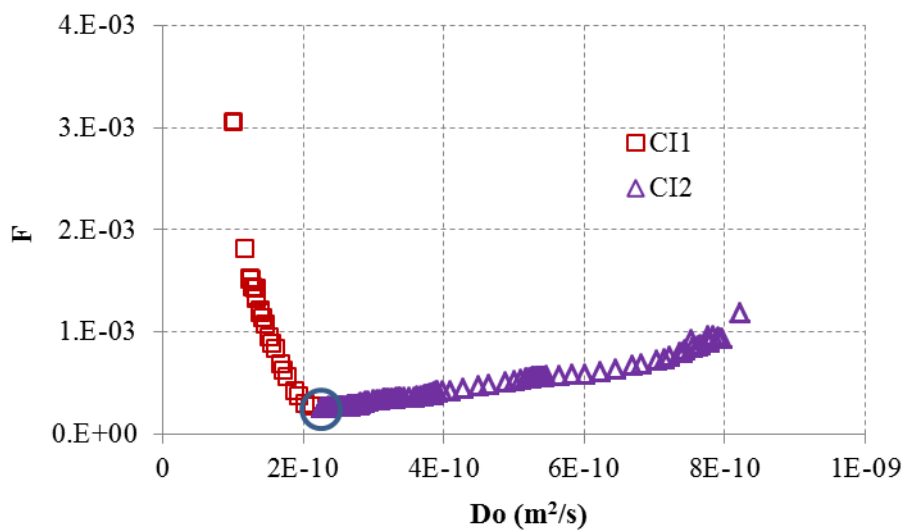


Figure II. 13 : Chemin d'identification du coefficient de diffusion anhydre  $D_0$  (m<sup>2</sup>/s) à 17.91% de teneur en eau d'équilibre

Après identification, nous reconstruisons les évolutions numériques de la teneur en eau moyenne de ces échantillons. Celles-ci se superposent parfaitement aux données

expérimentales, Figure II. 14. Cela permet de confirmer que notre modèle d'inversion est capable d'identifier des paramètres réalistes.

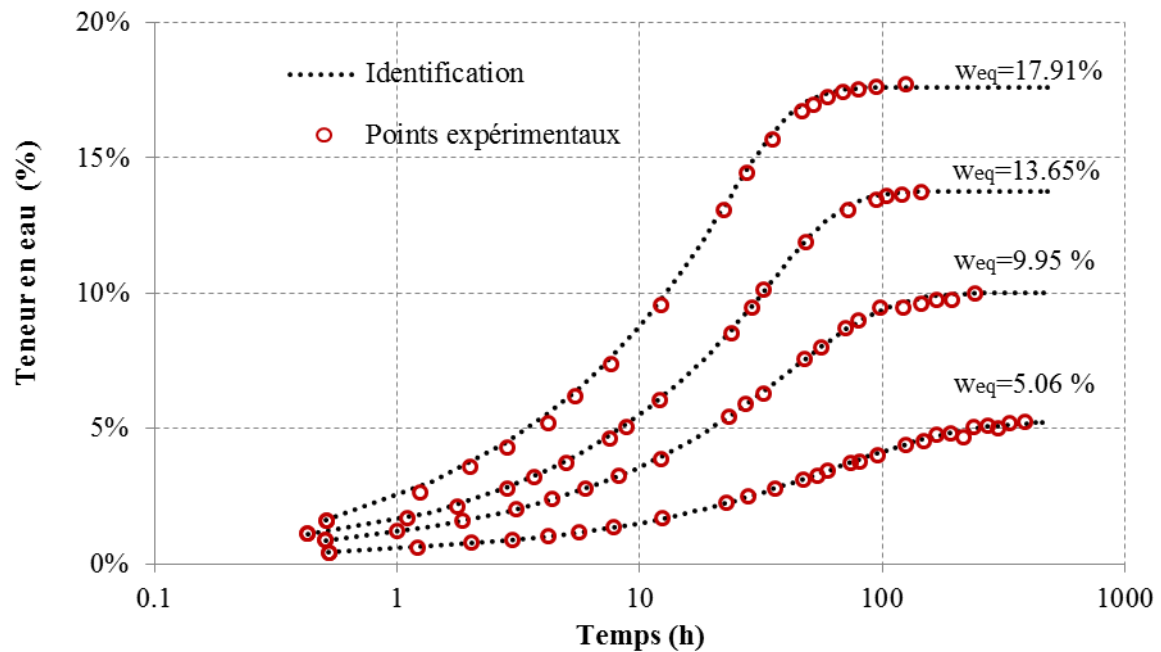


Figure II. 14 : Profils expérimentaux et numériques tracés par les paramètres identifiés

#### 2.2.2.2. Application à des données expérimentales propres au laboratoire GEMH

Dans le cadre de la thèse de Merakeb (2006), des essais de diffusion transverse sous contrainte de compression, dans le sens longitudinal, ont été réalisés. L'étude a porté sur une série de six échantillons étanchéifiés sur 4 faces pour assurer une diffusion unidirectionnelle dans le sens transverse, et ce, sur une longueur de 15mm ; la surface de diffusion ayant une section carrée de 20 x 20 mm<sup>2</sup>. L'objectif de l'essai était d'étudier la dépendance des paramètres de diffusion vis-à-vis de l'état de compression. Nous considérons des essais d'adsorption en partant d'un état initial anhydre à une humidité relative de 75%. Trois niveaux de compression (0MPa, 5MPa et 10MPa) sont étudiés.

En utilisant notre méthode d'inversion, nous présentons les résultats d'identification des paramètres de diffusion des échantillons soumis à une contrainte de compression de 10MPa. Pour cet essai, l'état d'équilibre n'a pas été atteint, la teneur en eau d'équilibre  $w_{eq}$  est donc une inconnue supplémentaire à identifier.

Deux approches du calcul d'inversion sont proposées pour l'échantillon 1. La première suppose des conditions aux limites telles que l'humidité d'équilibre finale est imposée aux surfaces d'échanges. La seconde considère un échange convectif via la détermination d'un coefficient d'échange surfacique, Tableau II. 4. Le coefficient d'échange surfacique trouvé par l'identification avec l'hypothèse d'échange surfacique est très élevé. Les coefficients de diffusion et la teneur en eau d'équilibre trouvés sont très proches bien que l'erreur (fonctions objectifs) soit légèrement plus élevée lorsque nous considérons un coefficient d'échange surfacique, Figure II. 15.

Tableau II. 4 : Paramètres de diffusion de l'échantillon 1

	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	S (m/s)	$w_{eq}$ (%)	F
Hypothèse de teneur en eau imposée à la surface	4.93E-11	1.38	$\infty$	11.97	8.50E-05
Hypothèse d'échange surfacique	5.18E-11	1.02	1.29E-06	11.97	8.96E-05

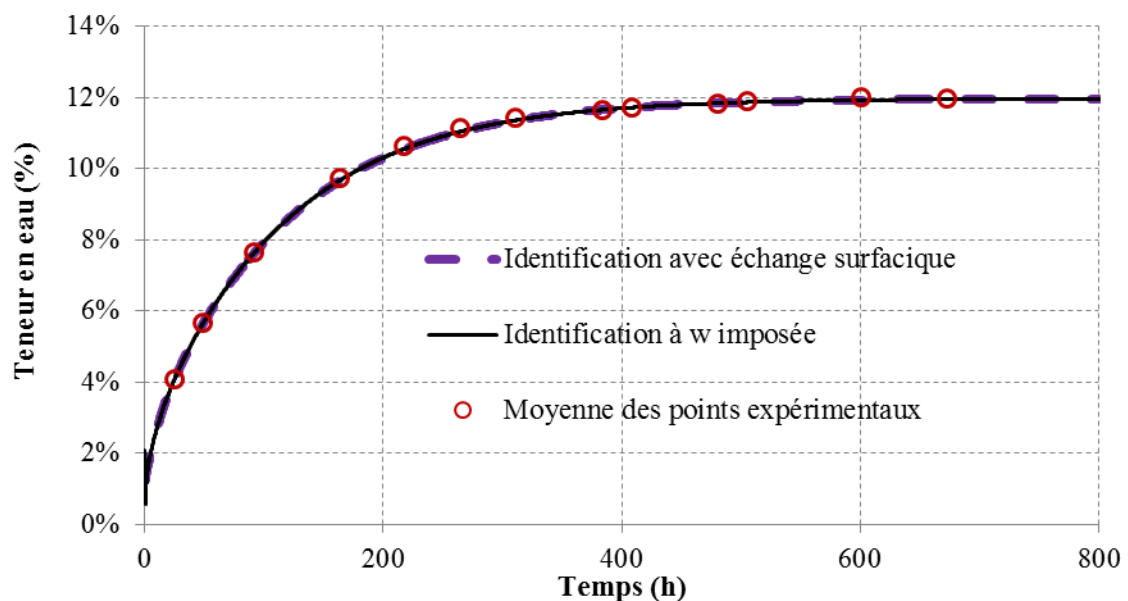


Figure II. 15 : Evolution de la teneur en eau expérimentale et numérique par l'hypothèse d'échange surfacique et l'hypothèse de teneur en eau imposée en surface de l'échantillon 1

Au regard de ces résultats, nous utilisons, par la suite, l'hypothèse de teneur en eau imposée à la surface d'échange. Pour l'ensemble des échantillons testés, les résultats d'identification sont présentés dans le Tableau II. 5.

Tableau II. 5 : Paramètres de diffusion identifiés

	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	$w_{eq}$ (%)	F
Echantillon 1	4.93E-11	1.381	11.97	8.50E-05
Echantillon 2	4.78E-11	1.326	12.25	1.12E-04
Echantillon 3	4.65E-11	1.067	12.02	1.38E-04
Echantillon 4	5.11E-11	1.480	11.87	9.06E-05
Echantillon 5	5.26E-11	1.768	12.05	1.37E-04
Echantillon 6	5.33E-11	1.745	11.90	1.47E-04
Moyenne	5.01E-11	1.461	11.97	1.18E-04
Ecart Type	2.70E-12	0.267	0.15	2.64E-05

L'identification des paramètres de diffusion est également réalisée pour la courbe moyenne de l'évolution de teneur en eau dans les 6 échantillons. Le résultat est présenté dans le Tableau II. 6. Le modèle reproduit fidèlement l'expérimentation, Figure II. 16. De plus, à partir des Tableau II .5 et Tableau II. 6, la teneur en eau d'équilibre identifiée pour la courbe moyenne est égale à celle moyennée des 6 courbes de chaque échantillon. La différence entre le coefficient de diffusion, identifié par la courbe moyenne et celui moyenné des 6 échantillons, n'est pas significative, Figure II. 17.

Tableau II. 6 : Paramètres de diffusion identifiés par la courbe moyenne de 6 échantillons

	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	$w_{eq}$ (%)	F
Courbe moyenne	5.01E-11	1.432	12.00	8.76E-05

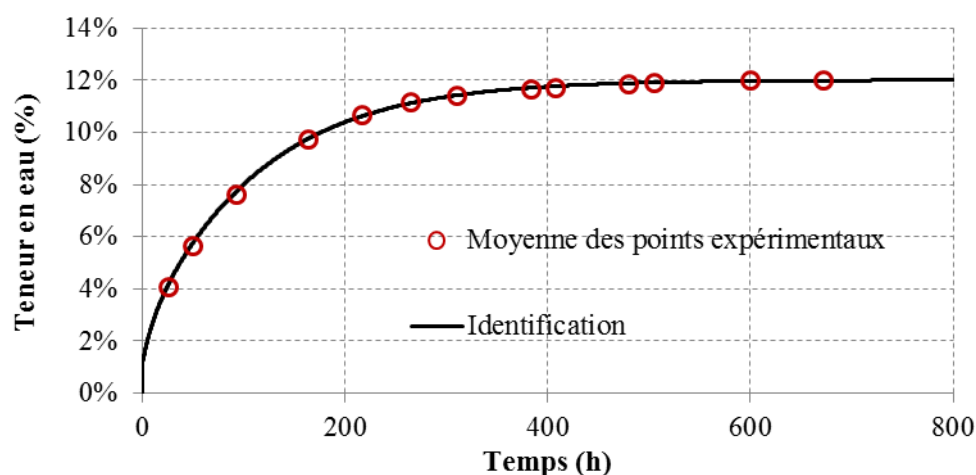


Figure II. 16 : Evolution de la teneur en eau moyenne expérimentale et numérique

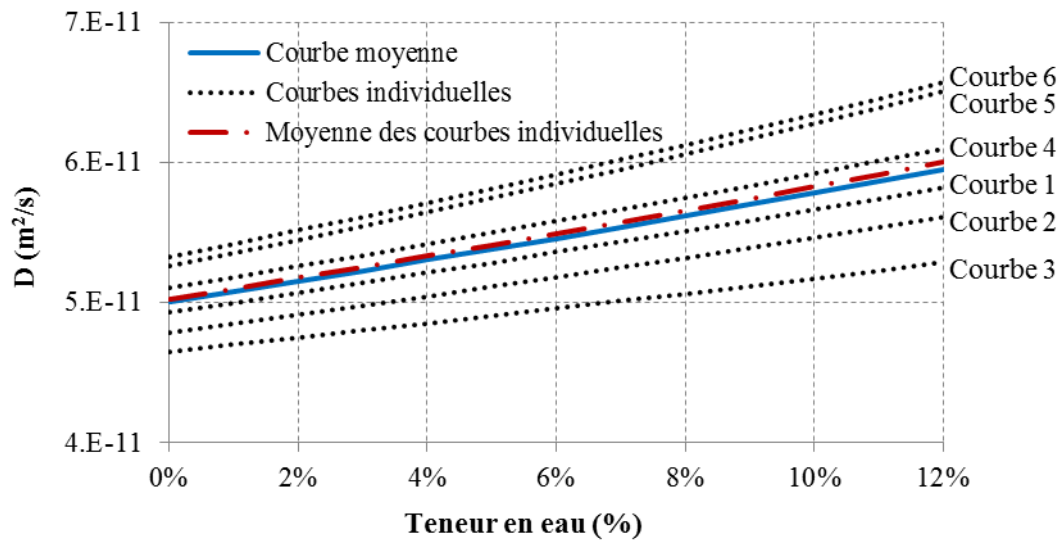


Figure II. 17 : Evolution du coefficient de diffusion selon la teneur en eau

Les courbes moyennes expérimentales des échantillons soumis aux contraintes de 5MPa et 0MPa sont également exploitées pour l'identification des paramètres de diffusion. Les résultats sont résumés dans le Tableau II. 7. La Figure II. 18 met en valeur la qualité de caractérisation de cette méthode d'inversion.

Tableau II. 7 : Résultat d'identification des courbes moyennes expérimentales

	$D_0$ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	k	$w_{eq}$ (%)
0 MPa	$6.25E-11$	-3.54	11.8
5 MPa	$4.03E-11$	3.30	12.5
10 MPa	$5.01E-11$	1.43	12.0

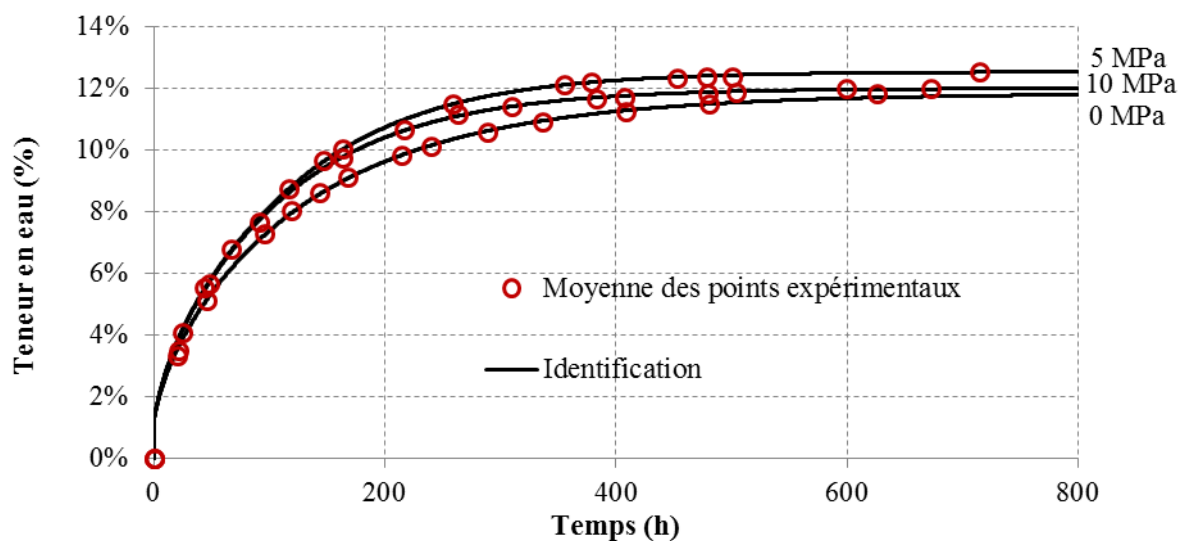


Figure II. 18 : Evolution de la teneur en eau moyenne expérimentale et numérique

## 2.3. Méthode d'optimisation multi échelon

Dans le cadre de la thèse de Manfoumbi (2012) effectuée au laboratoire GEMH d'Egletons, des mesures expérimentales ont été effectuées par le suivi de masse d'échantillons d'essences tropicales, et ce, pour différents échelons d'humidité. Ces données expérimentales permettent d'utiliser notre modèle pour identifier les paramètres de diffusion pour l'ensemble du protocole expérimental.

### 2.3.1. Dispositif expérimental

L'ensemble de l'étude repose sur 4 essences : deux essences tropicales que sont le Moabi (*Baillonella toxisperma*) et l'Ozigo (*Dacryodes buettneri*) et deux essences tempérées à savoir le Hêtre (*Fagus sylvatica*) et le Sapin (*Abies alba*). L'objectif de ces essais était de comparer les propriétés de sorption dans des conditions d'humidité et de température contrôlées, et ce, dans le sens longitudinal (diffusion unidirectionnelle) et transverse (diffusion simultanée suivant les directions radiale et tangentielle).

Deux types de géométrie de dimensions  $15 \times 15 \times 15 \text{ mm}^3$  et  $30 \times 30 \times 30 \text{ mm}^3$  ont été choisies afin d'obtenir deux rapports distincts entre volume (diffusion massique) et surface (échanges surfaciques).

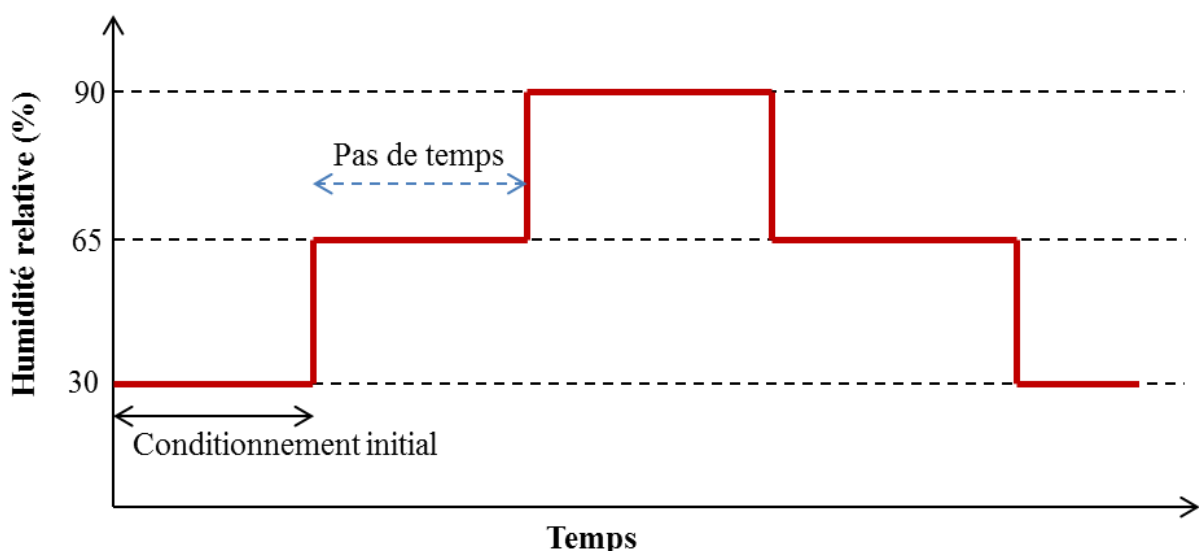


Figure II. 19 : Histoire hydrique

Afin de tenir compte de la diffusion non linéaire, le protocole expérimental est basé sur des paliers d'humidité relative différents au cours du processus d'adsorption et de désorption. Tous les échantillons (48 échantillons par espèce) sont, dans un premier temps, conditionnés dans un environnement sec (20°C, 30% HR). Le test de sorption consiste à placer ces échantillons dans une chambre climatique en imposant deux gammes d'humidité pendant les phases d'adsorption (65% HR et 90% HR) et de désorption (65% HR et 30% HR), et ce, à une température constante de 20°C, Figure II. 19. La teneur en eau moyenne est mesurée par pesée durant l'essai. La masse anhydre est mesurée après avoir séché l'échantillon dans une étuve à une température de 103°C.

Le plan d'expérience est résumé dans le Tableau II. 8. Nous présentons l'évolution de la teneur en eau moyenne des échantillons de dimension 30 x 30 x 30 mm<sup>3</sup> dans le sens longitudinal (Figure II. 20) et dans le sens transversal (Figure II. 21).

Tableau II. 8 : Plan d'expérience pour les essais de diffusion

Essence	Direction	Géométrie (mm <sup>3</sup> )	Humidité relative (%)					Nombre	Total
Sapin	L	15x15x15	30	65	90	65	30	12	48
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
	TR	15x15x15	30	65	90	65	30	12	
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
Hêtre	L	15x15x15	30	65	90	65	30	12	48
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
	TR	15x15x15	30	65	90	65	30	12	
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
Moabi	L	15x15x15	30	65	90	65	30	12	48
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
	TR	15x15x15	30	65	90	65	30	12	
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
Ozigo	L	15x15x15	30	65	90	65	30	12	48
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	
	TR	15x15x15	30	65	90	65	30	12	
		30x30x30	30	65	90	65	30	12	



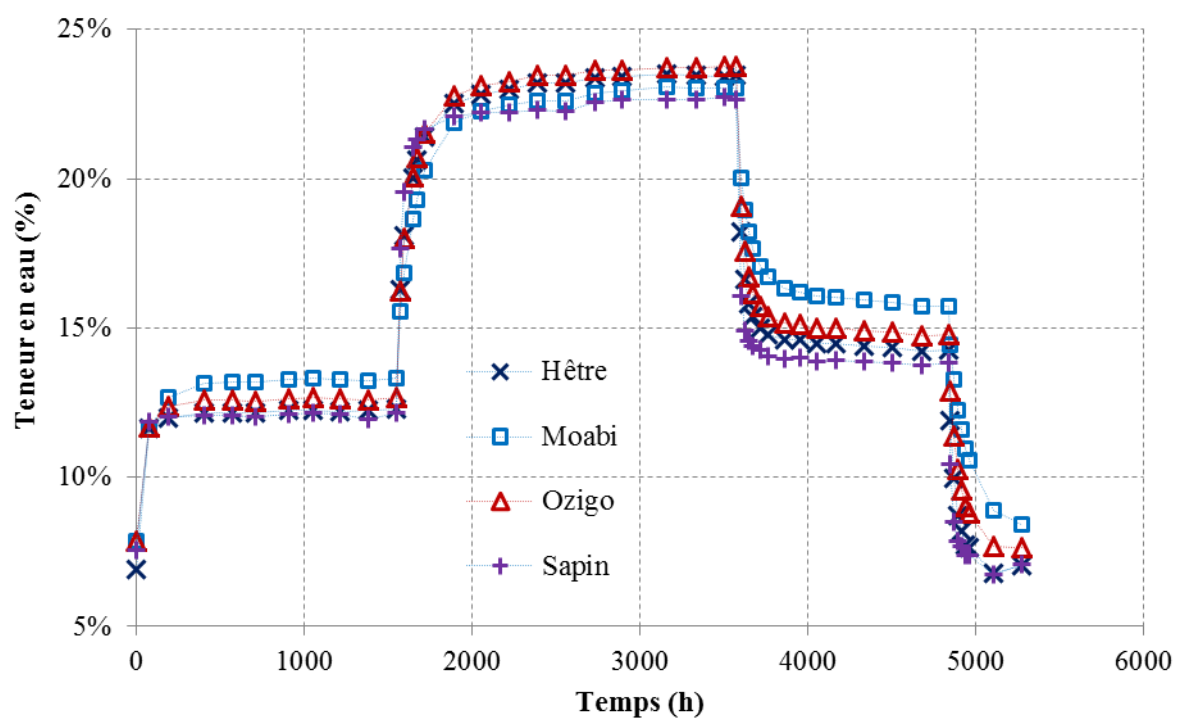


Figure II. 20 : Teneur en eau moyenne (diffusion longitudinale)

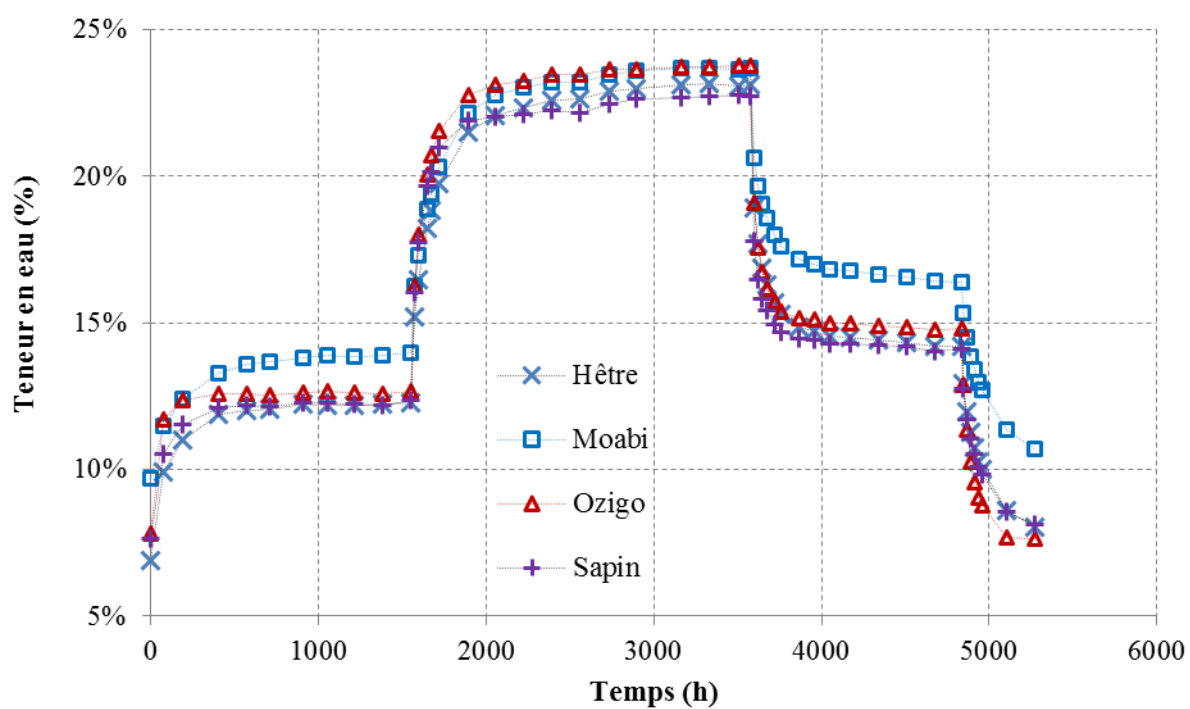


Figure II. 21 : Teneur en eau moyenne (diffusion transverse)

### 2.3.2. Choix des données expérimentales pour alimenter l'algorithme d'inversion

Dans cette partie de tests pour choisir les données devant alimenter l'algorithme, nous étudions dans le détail seulement les résultats sur le Hêtre. Dans la suite, trois approches d'inversion sont abordées. Sur la base des essais de sorption sur 4 paliers d'humidité relative, la première approche est basée sur une identification des paramètres focalisée sur chaque palier. La seconde approche concerne une identification globale prenant en compte l'ensemble des paliers. Enfin, pour intégrer les phénomènes d'échelle, une identification multi-échelle est proposée.

#### 2.3.2.1. Identification palier par palier

Connaissant la teneur en eau initiale d'équilibre de chaque phase (l'équilibre hydrique étant supposé atteint en fin de chaque palier), les paramètres à identifier sont le coefficient de diffusion anhydre  $D_0$ , le coefficient de non linéarité  $k$  et le coefficient d'échange surfacique  $S$ . Ayant observé précédemment que les conditions aux limites en terme d'échange hydrique permettaient d'imposer directement l'humidité d'équilibre, nous supposons un coefficient d'échange surfacique infini.

Dans ces conditions, l'algorithme ne converge jamais clairement. Dans les phases de d'adsorption, la valeur de la fonction objectif est plus petite lorsque le coefficient de diffusion anhydre  $D_0$  est élevé et lorsque le coefficient de non linéarité  $k$  est négatif et inversement dans les phases de désorption, Figure II. 22. Après 40 itérations, l'algorithme est arrêté manuellement. Les résultats d'identification sont présentés dans le Tableau II. 9.

Tableau II. 9 : Paramètres de diffusion palier par palier

	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	$k$	$F$
Palier 1 (65% HR)	5.01E-09	-19.01	3.27E-04
Palier 2 (90% HR)	8.73E-09	-18.33	4.36E-04
Palier 3 (65% HR)	4.57E-12	28.05	3.75E-04
Palier 4 (30% HR)	1.26E-10	17.14	4.51E-04

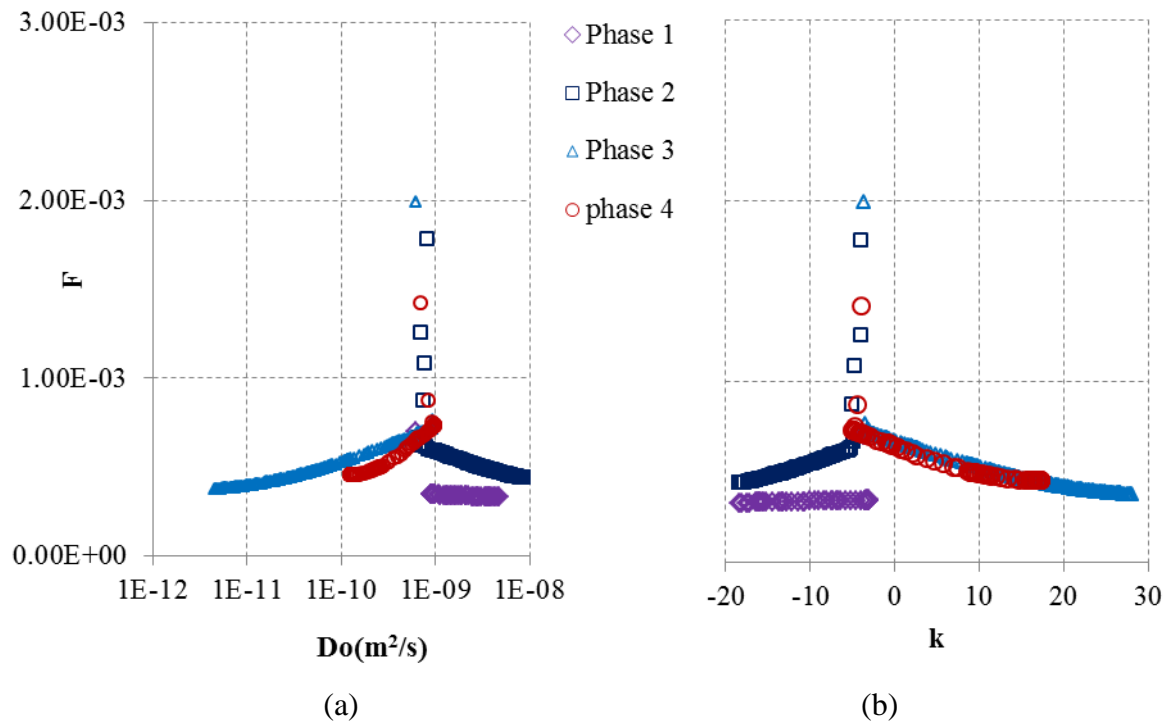


Figure II. 22 : Chemin d'identification pour  $D_0$  (m²/s) (a) et  $k$  (b)

La Figure II.23 montre que les coefficients de diffusion obtenus dépendent fortement du palier choisi contredisant l'aspect intrinsèque des propriétés de diffusion. La Figure II. 24 montre cependant une très bonne correspondance entre simulation et expérimentation.

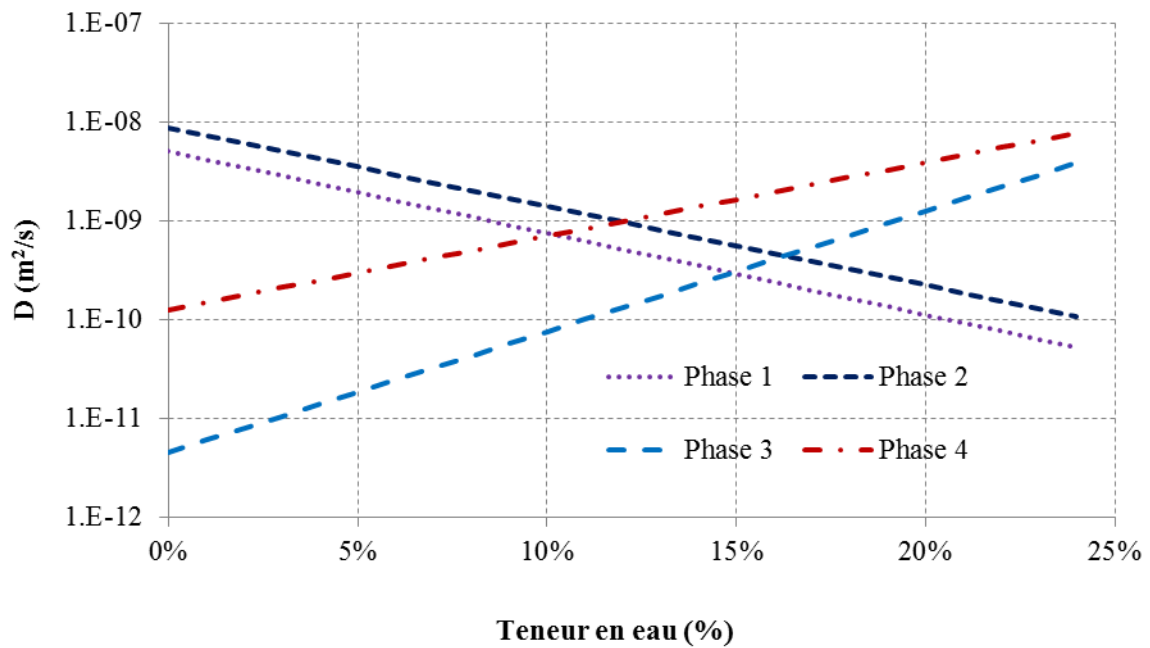


Figure II. 23 : Coefficient de diffusion pour les 4 paliers

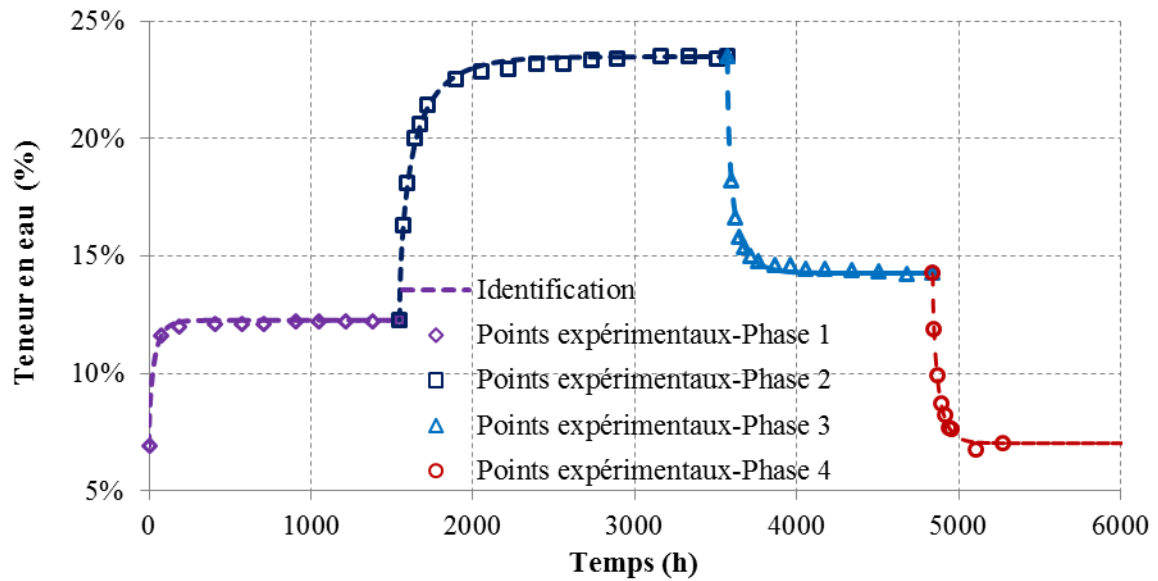


Figure II. 24 : Evolution de la teneur en eau expérimentale et numérique

### 2.3.2.2. Identification globale

Afin de déterminer des paramètres de diffusion communs à chaque palier, la fonction objectif est calculée sur l'ensemble des données expérimentales regroupant les 4 paliers. Afin de tester la robustesse de la méthode, deux jeux de paramètres initiaux convergent vers la même solution finale, Figure II. 25. On peut donc en conclure que les résultats d'identification sont optimisés, Tableau II. 10.

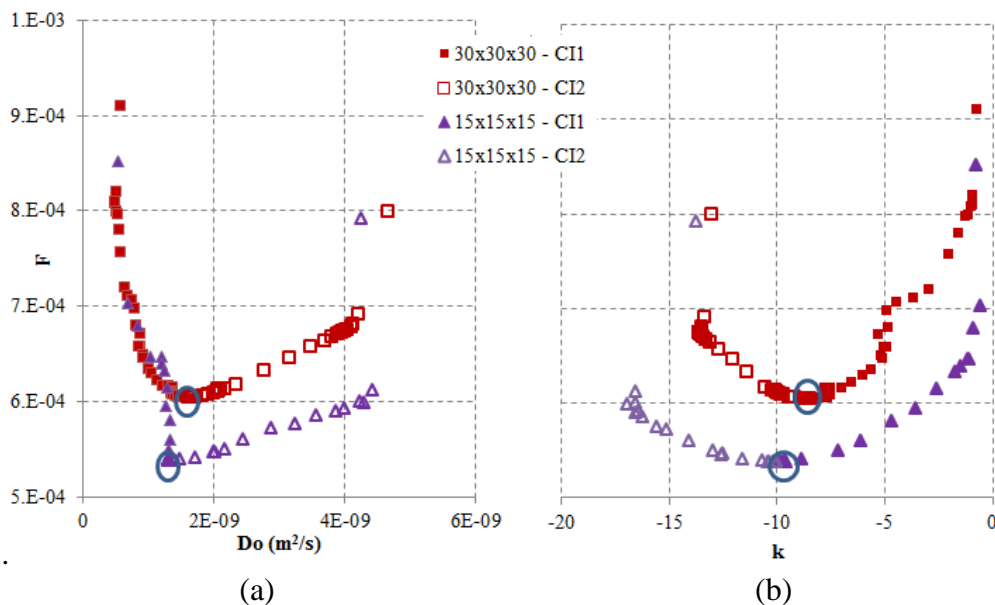


Figure II. 25: Chemin d'identification du coefficient de diffusion  $D_0$  (a) et de  $k$  (b)

Tableau II. 10 : Identification globale des paramètres de diffusion

	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	F
Hêtre 30x30x30 mm <sup>3</sup>	1.62E-09	-8.53	5.93E-04
Hêtre 15x15x15 mm <sup>3</sup>	1.31E-09	-10.05	5.38E-04

Les résultats très satisfaisants mettent en évidence le caractère intrinsèque de la caractérisation, Figure II. 26. En effet, cette optimisation globale permet d'aboutir à une modélisation très proche des données expérimentales avec un seul jeu de données, Figure II. 27. Nous verrons par la suite qu'il est primordial d'intégrer dans l'algorithme d'inversion le plus de données expérimentales possibles car, d'après la Figure II. 26, la méthode d'inversion peut promouvoir un grand nombre de jeux de paramètres compatible avec le test expérimental mais non recevable vis-à-vis de la caractérisation de paramètres intrinsèques.

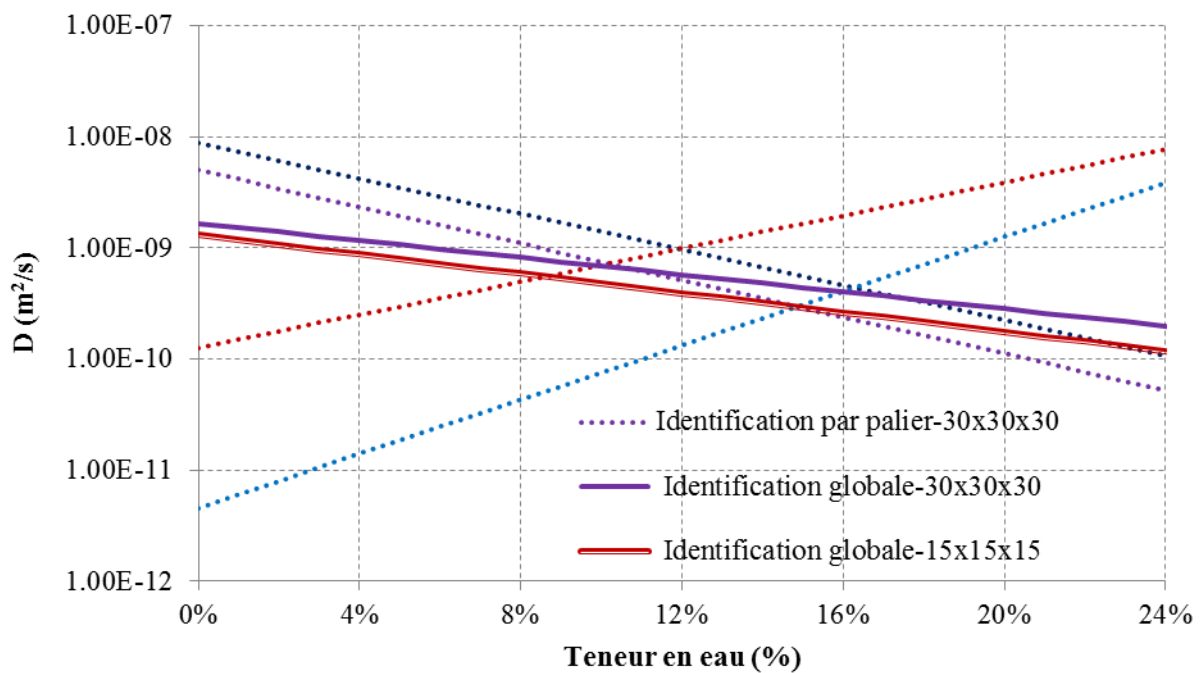


Figure II. 26 : Evolution du coefficient de diffusion selon la teneur en eau

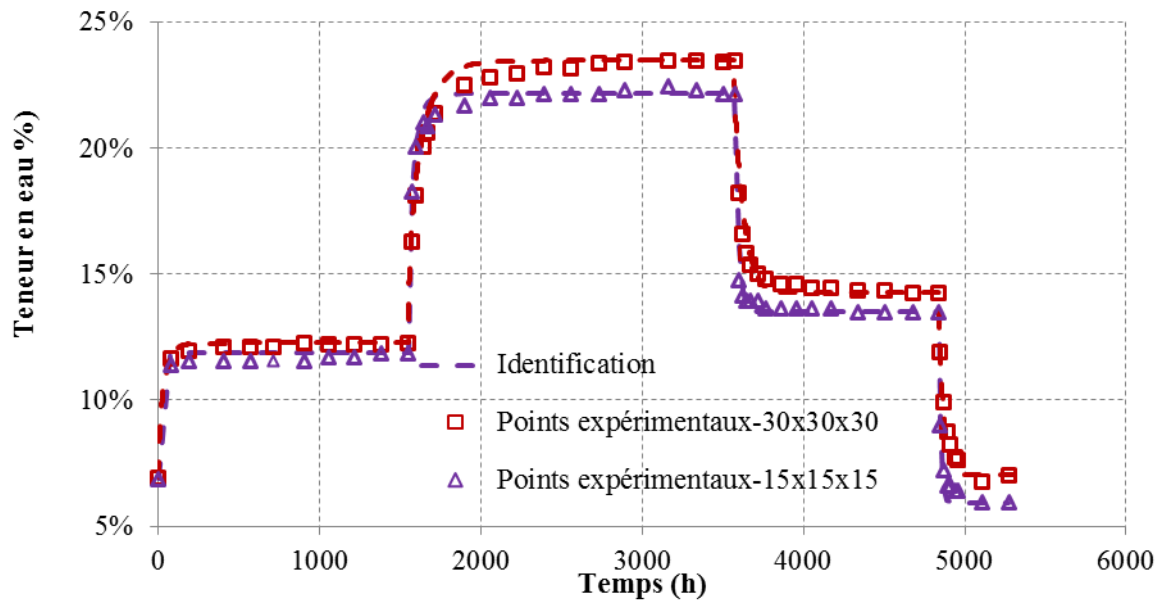


Figure II. 27 : Evolution de la teneur en eau (expérimentation et simulation)

### 2.3.2.3. Identification des courbes complètes pour deux dimensions d'échantillon

Afin d'étudier l'impact d'un changement d'échelle, cette dernière approche repose sur une identification globale en termes de paliers hydriques et dimensionnel (4 phases de l'échantillon  $30 \times 30 \times 30 \text{ mm}^3$  + 4 phases de l'échantillon  $15 \times 15 \times 15 \text{ mm}^3$ ).

L'évolution des paramètres identifiés, selon la fonction objectif, montre que l'identification converge vers un jeu de paramètres optimal, Figure II. 28. Les résultats d'identification intégrant les deux géométries sont présentés dans le Tableau II. 11.

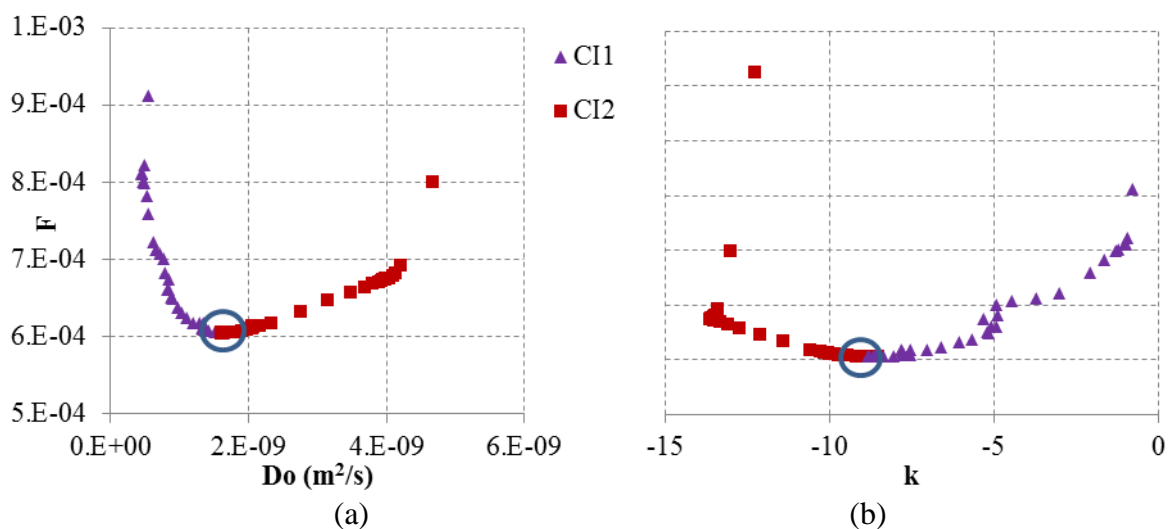


Figure II. 28 : Chemin d'identification de  $D_0$  (a) et  $k$  (b) intégrant les deux géométries

Tableau II. 11 : Paramètres de diffusion multi paliers et multi géométries

$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	F
1.67E-09	-8.86	4.06E-4

Le regroupement des deux dimensions permet d'utiliser tous les points de mesure et de déterminer des paramètres de diffusion qui satisfont à la totalité des données expérimentales, Figure II. 29.

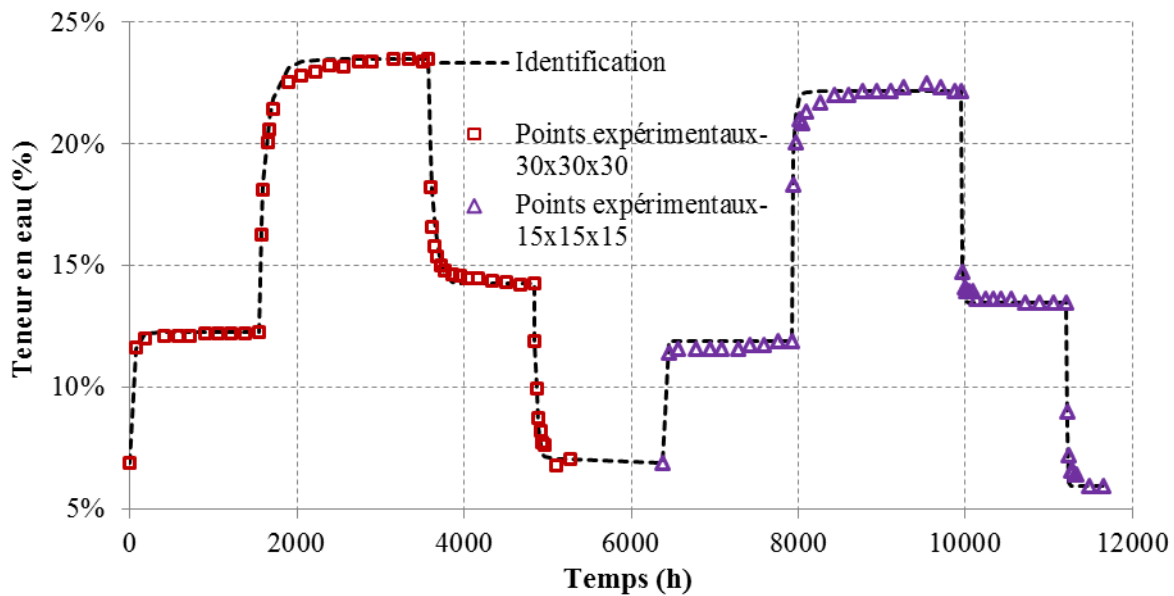


Figure II. 29 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Hêtre

Ces tests sur les données expérimentales du Hêtre montrent la faisabilité d'identification des paramètres de diffusion en utilisant toutes les données expérimentales d'une même essence (de toutes les phases différentes et de toutes les dimensions). De la même manière, les paramètres de diffusion, concernant les autres essences, sont à présent identifiés.

### 2.3.3. Résultats d'identification des paramètres de diffusion

Toutes les mesures sont effectuées en supposant l'état initial connu homogène. Les paramètres identifiés sont le coefficient de diffusion anhydre  $D_0$ , le coefficient de non linéarité k et le coefficient d'échange surfacique S.

### 2.3.3.1. Paramètres de diffusion longitudinale

Nous notons  $D_0^L, k^L, S^L$  les coefficients de diffusion anhydre, de non linéarité et d'échange surfacique, et ce, selon la direction longitudinale. Ces paramètres sont présentés dans le Tableau II. 12.

Tableau II. 12 : Paramètres de diffusion dans la direction longitudinale

	Hêtre	Ozigo	Sapin	Moabi
$D_0^L (m^2 / s)$	1.9E-9	9.38E-10	3.39E-9	7.81E-11
$k^L$	-9.58	-6.60	-10.2	5.78
$S^L (m / s)$	2.86E-6	5.86E-6	4.75E-6	1.82E-7
F	4.45E-04	3.93E-04	4.16E-04	3.71E-04

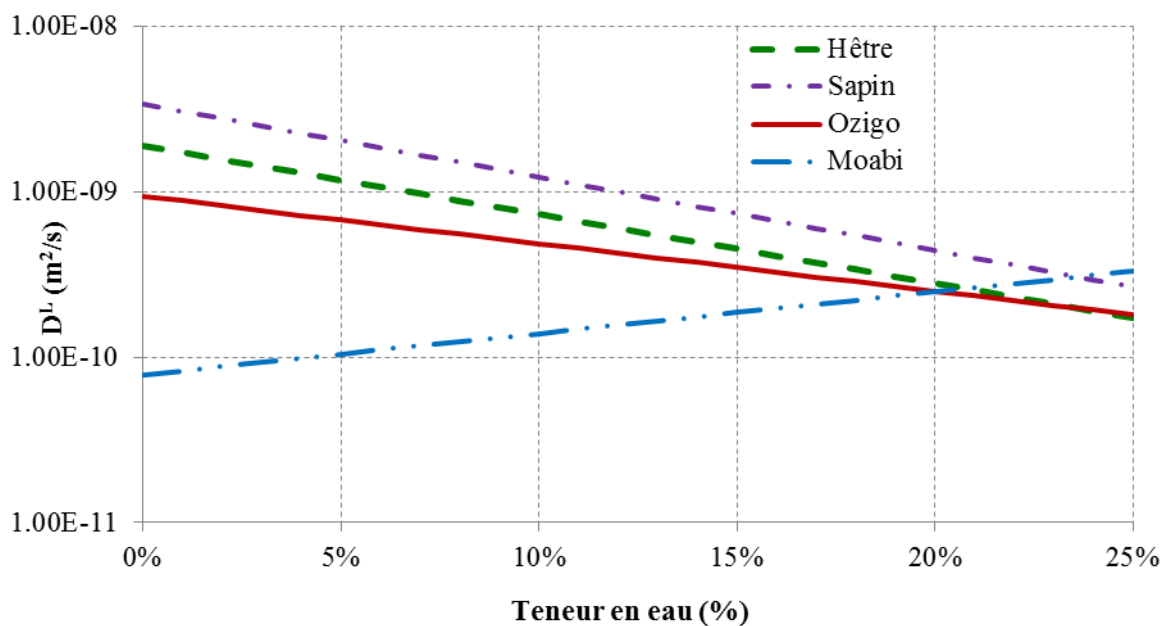


Figure II. 30 : Evolution du coefficient de diffusion dans la direction longitudinale  $D^L$

Selon la Figure II. 30, le Moabi a un processus de diffusion longitudinal particulier par rapport aux autres essences. Effectivement, la diffusion longitudinale est caractérisée par un processus plus lent à faible niveau d'humidité et s'accélère à haute humidité ( $k^L > 0$ ). Les autres essences montrent un effet contraire ( $k^L < 0$ ).



### 2.3.3.2. Paramètres de diffusion transversale

Cette partie concerne la détermination des propriétés de diffusion en deux dimensions dans la direction transverse (directions tangentielle et radiale) (Annexe A1). Dans ce contexte, la limitation d'informations, dans le suivi de l'évolution de la teneur en eau, impose d'adopter un certain nombre d'hypothèses :

- Nous supposons que les coefficients d'échange surfacique sont les mêmes dans les deux directions radiales et tangentielles. Nous notons  $S^{RT}$  le coefficient d'échange surfacique dans la direction transverse.
- Le processus de diffusion dans la section transverse se caractérise par une orthotropie. Dans notre cas, nous supposons un rapport d'orthotropie constant de 2 entre les directions radiale et transversale, à savoir :

$$D_0^R = 2 \cdot D_0^T \text{ et } k^R = k^T \quad (\text{II.16})$$

L'identification des paramètres de diffusion dans la direction transversale est donc effectuée selon 3 inconnues :  $D_0^T$ ,  $k^T$  et  $S^{RT}$ . L'identification des paramètres est présentée dans le Tableau II. 13. Les évolutions de la teneur en eau moyenne expérimentales et par simulation sont représentées dans l'annexe A2. 2.

Tableau II. 13 : Paramètres de diffusion dans la direction tangentielle

	Hêtre	Ozigo	Sapin	Moabi
$D_0^T (\text{m}^2 / \text{s})$	2.01E-11	4.87E-12	1.64E-11	7.73E-12
$k^R = k^T$	8.23	11.27	13.19	11.54
$S^{RT} (\text{m} / \text{s})$	8.49E-08	8.13E-08	9.36E-08	6.73E-08
F	4.76E-04	3.18E-04	3.24E-04	3.95E-04

De la comparaison des coefficients de diffusion pour toutes les espèces, nous pouvons noter que le bois tropical est caractérisé par un processus plus lent à faible niveau d'humidité, Figure II. 31. Le Moabi présente le comportement le plus isotrope entre la diffusion anhydre

longitudinale et transversale avec un ratio de 10. Le comportement de diffusion de l'Ozigo est plus proche de celui du Sapin et du Hêtre avec un ratio proche de 200

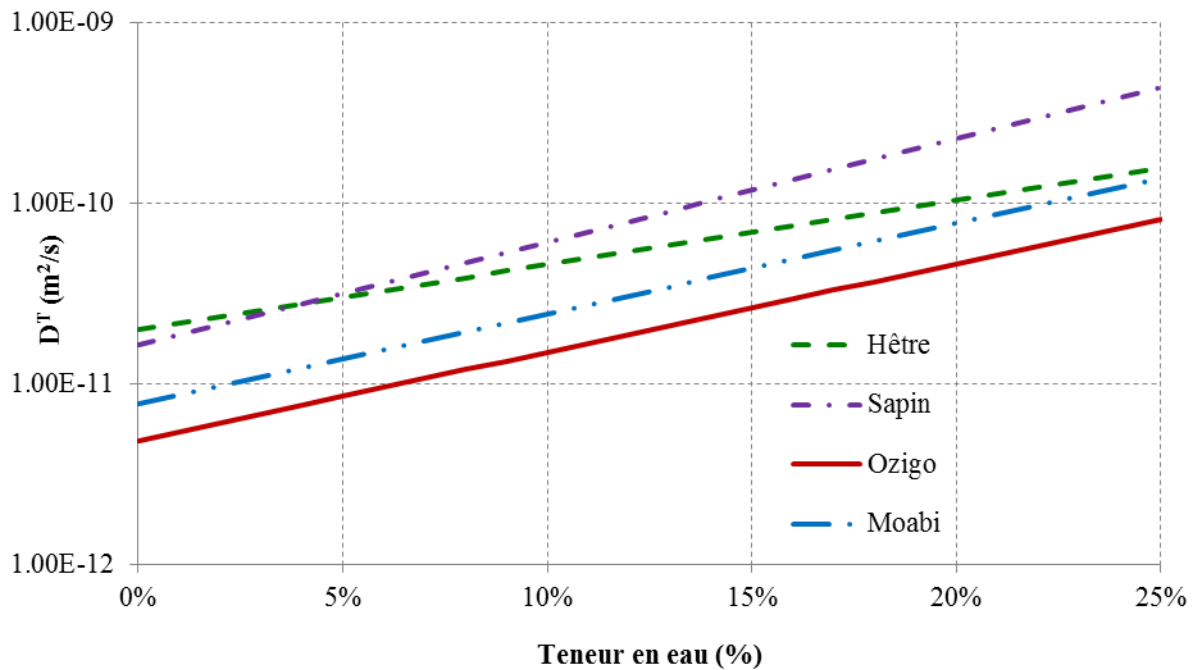


Figure II. 31 : Evolution du coefficient de diffusion dans la direction tangentielle  $D^T$

#### 2.4. Optimisation des paramètres de diffusion : identification couplée sur des profils d'humidité indépendants.

L'identification des propriétés de diffusion est effectuée classiquement par estimation de la teneur en eau moyenne par suivi de pesée. Cependant, la caractérisation par pesée ne donne qu'une humidité moyenne sans avoir d'information concernant les profils hydriques dans l'échantillon. La problématique concernant le découplage du processus de diffusion massique et les phénomènes convectifs en surface reste entière. Afin de décrire correctement, non seulement, l'évolution de la teneur en eau moyenne mais, également, les profils spatiaux de teneur en eau selon l'épaisseur de l'échantillon, nous proposons une approche couplant les évolutions temporelles de l'humidité interne complétées de la mesure expérimentale de profils hydriques dans l'échantillon. Cette dernière mesure est effectuée par la méthode gammadensimétrique (paragraphe 2.4.2 du chapitre I) mise en œuvre au laboratoire Navier-UMR 8205 (Ecole des Ponts ParisTech - IFSTTAR - CNRS).

### 2.4.1. Adaptation de la fonction objectif

La fonction objectif est représentée par la différence, au sens des moindres carrés, entre les mesures expérimentales et le calcul numérique telle que :

$$F = \alpha \times F_1 + \beta \times F_2 \quad (\text{II.17})$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont les poids de calcul d'erreur avec  $\alpha + \beta = 1$

$F_1$  : différence entre la teneur en eau moyenne mesurée de l'échantillon lors de pesée  $\bar{w}_{\text{exp}}$  et le calcul numérique  $\bar{w}_{\text{num}}$  représentée par l'équation (II.13).

$F_2$  : différence entre la teneur en eau de chaque position  $j$  mesurée par gammadensimétrie  $w_{\text{exp}}^j$  et le calcul numérique  $w_{\text{num}}^j$ .

$$F_2 = \frac{1}{n_t \times n_p} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j=1}^{n_p} [w_{\text{num}}(t_i, x_j) - w_{\text{exp}}(t_i, x_j)]^2} \quad (\text{II.18})$$

$n_t$  : nombre de profils à des temps différents ;

$n_p$  : nombre de points spatiaux.

### 2.4.2. Méthode gammadensimétrique

Deux échantillons de Douglas (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) de deux dimensions différentes sont étudiés dans ce travail. Afin d'assurer une diffusion unidirectionnelle selon la direction longitudinale, ces échantillons sont recouverts par deux couches de parafilm à priori étanche sur 5 des 6 faces, Figure II. 32.

- Le premier échantillon (a), de longueur 200 mm selon la direction longitudinale et de section 70 x 70 mm<sup>2</sup> est, dans un premier temps, conditionné à l'état d'équilibre de  $w < 1\%$  et, dans un second temps, placé dans un dessiccateur à une humidité constante de 97% et à une température constante de 19°C (+/-1°C), Figure II. 32a ;
- Le deuxième échantillon (b), de longueur 320 mm selon la direction longitudinale et de section 95x95 mm<sup>2</sup> est, initialement, conditionné à l'état d'équilibre de  $w = 9,5\%$  et, ensuite, placé dans un dessiccateur à une humidité constante de 86% et à une température constante de 19°C (+/-1°C), Figure II. 32b.

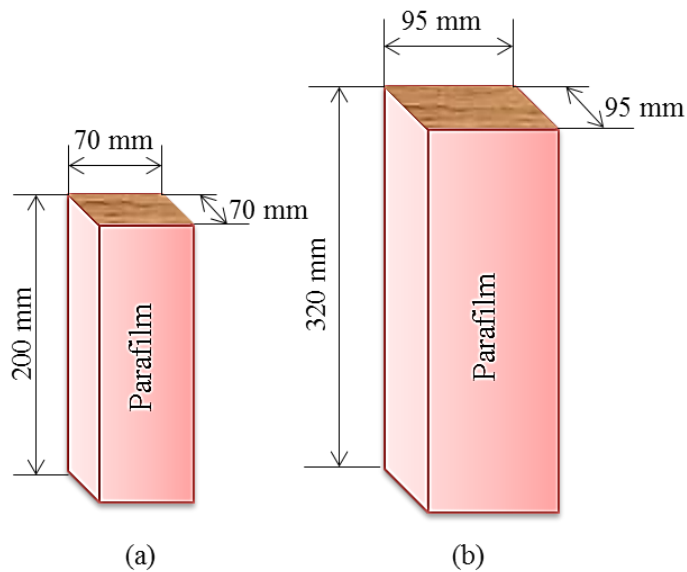


Figure II. 32 : Echantillons (a) et (b)

Le montage utilisé dans cette étude, Figure II. 33, permet de tester un échantillon à des hauteurs différentes selon la direction longitudinale  $L$  pour obtenir un profil hydrique. Les échantillons sont mis en mouvement vertical par l'intermédiaire d'un plateau mobile; le faisceau de rayons gamma restant immobile. Intrinsèquement, la méthode caractérise les modifications de densité. Dans notre cas, il s'agit de la densité moyenne selon la direction radiale  $R$ . Le pas de mesure spatial correspond au diamètre du faisceau (pas de chevauchement des mesures).

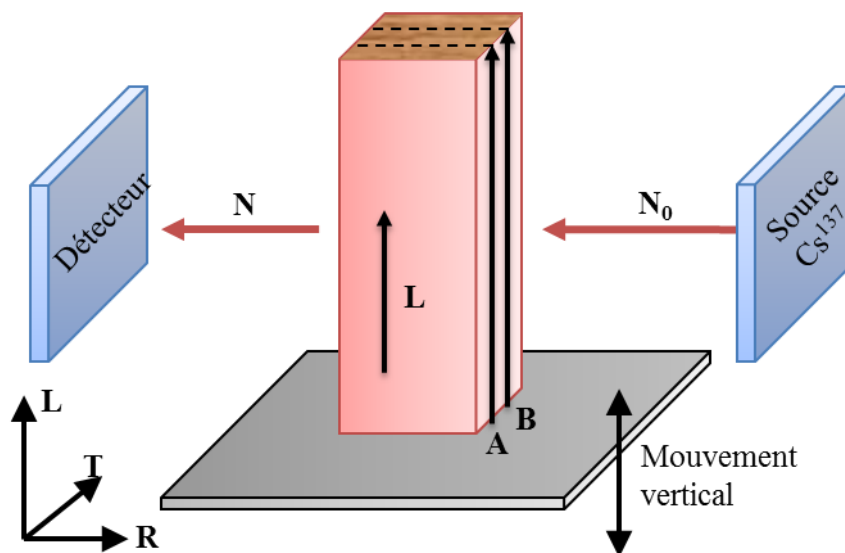


Figure II. 33 : Dispositif de mesure gammadensimétrique

La détermination de la teneur en eau considère que le matériau bois est composé de trois phases : solide  $s$  (bois sec), liquide  $w$  (eau liée) et gazeuse  $a$  (air) suivant la relation :

$$\ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \mu_s \cdot \rho_s \cdot x_s + \mu_w \cdot \rho_w \cdot x_w + \mu_a \cdot \rho_a \cdot x_a \quad (\text{II.19})$$

$N_0$  est le nombre de photons envoyés,  $N$ , le nombre de photons traversant l'épaisseur  $X(m)$  de l'échantillon.  $\mu_i$ ,  $\rho_i$  et  $x_i$  sont, respectivement, le coefficient d'absorption massique ( $m^2/kg$ ), la masse volumique ( $kg/m^3$ ) et les épaisseurs ( $m$ ) des phases  $i$ ,  $i \in \{s, w, a\}$ . Le coefficient d'absorption massique de la phase air et sa valeur de masse volumique peuvent être négligés. Si les rayons gamma traversent une épaisseur  $X$ , on note :

$$X = \sum_i x_i \quad (\text{II.20})$$

La teneur en eau  $w(t)$  à l'instant  $t$  est déterminée par le rapport entre la masse d'eau  $m_w$  et la masse de solide  $m_s$ , telle que :

$$w(t) = \frac{m_w}{m_s} = \frac{\rho_w \cdot x_w}{\rho_s \cdot x_s} \quad (\text{II.21})$$

Selon l'expression (II.19), les épaisseurs  $x_s$ ,  $x_w$  sont déterminées, à l'instant  $t$ , par :

$$x_w(t) = \frac{\left(\ln \frac{N_0}{N}\right)_t - \left(\ln \frac{N_0}{N}\right)_{t=0}}{\mu_w \rho_w} + x_w(t=0) \quad (\text{II.22})$$

$$x_s(t) = x_s(t=0) = \frac{\left(\ln \frac{N_0}{N}\right)_{t=0}}{\mu_s \rho_s + \mu_e \rho_s w_{(t=0)}} \quad (\text{II.23})$$

En outre, le profil de la teneur en eau est supposé être homogène dans l'échantillon à l'instant  $t = 0$ . Le calcul doit également intégrer une correction due à la présence de parafilm dans l'expression (II.23).

Les masses volumiques des différentes phases sont respectivement :  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho_s = 1520 \text{ kg/m}^3$ . Les coefficients d'absorption massique de chaque phase sont calculés à

partir de leur analyse chimique. Les coefficients d'absorption massique élémentaires et le coefficient de radiation d'énergie de  $\text{Cs}^{137}$  sont donnés dans les tables de l'US National Bureau of Standards.

Le coefficient d'absorption massique de la phase eau est  $\mu_w = 8,57.10^{-3} \text{ m}^2 / \text{kg}$ . Dans le cas d'un bois sec (phase solide), on suppose qu'il se compose de cellulose et de lignine, conduisant à un coefficient d'absorption massique  $\mu_s$  de  $8,17.10^{-3} \text{ m}^2 / \text{kg}$ .

La mesure des profils de teneur en eau nécessite de poser l'échantillon sur une plaque déplacée verticalement par un robot. Ainsi, l'échantillon se déplace devant les rayons gamma avec un pas de 5 mm, Figure II. 33. On suppose que la teneur en eau, selon la direction radiale pour chaque section, est homogène et ne dépend que de la position longitudinale du rayon gamma. Pour chaque position du rayon gamma, la teneur en eau moyenne de la section transversale est alors mesurée. Deux profils (A et B) sont mesurés suivant la largeur de l'échantillon. La moyenne des profils A et B sera utilisée pour la détermination des paramètres de diffusion (Figure II.34, Figure II. 35).

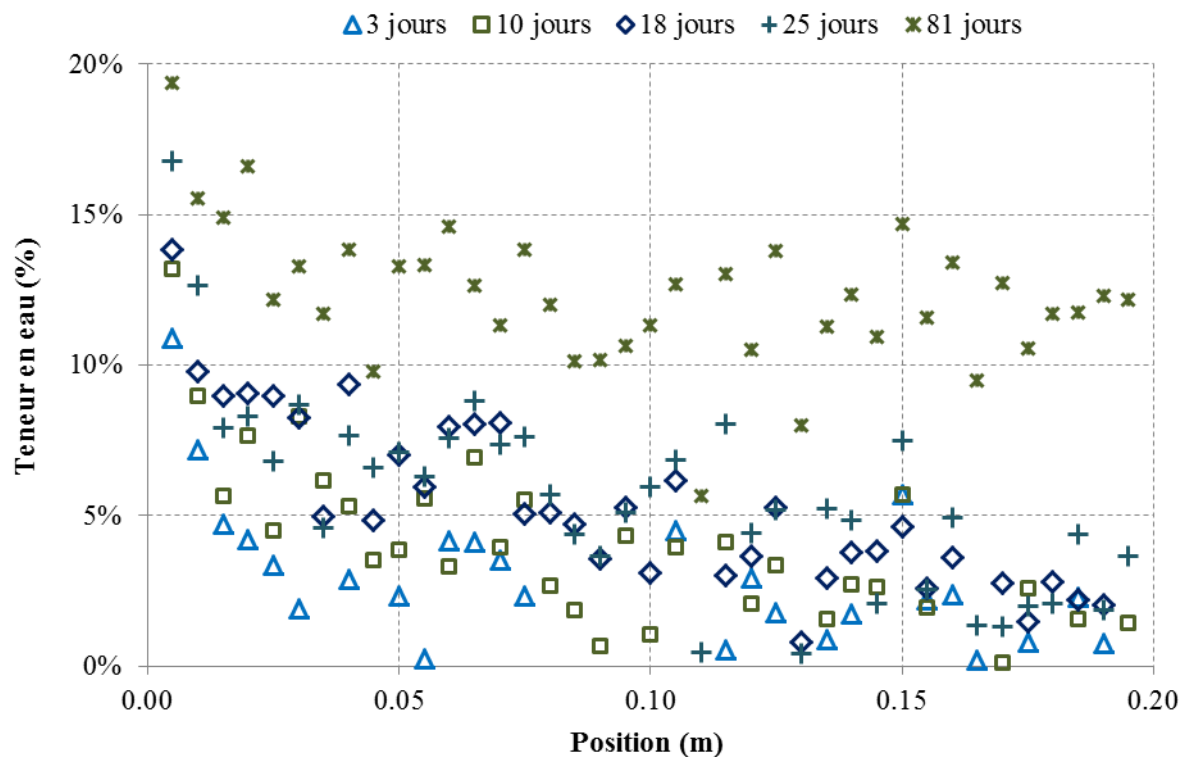


Figure II.34 : Profils spatiaux de teneur en eau de l'échantillon (a)

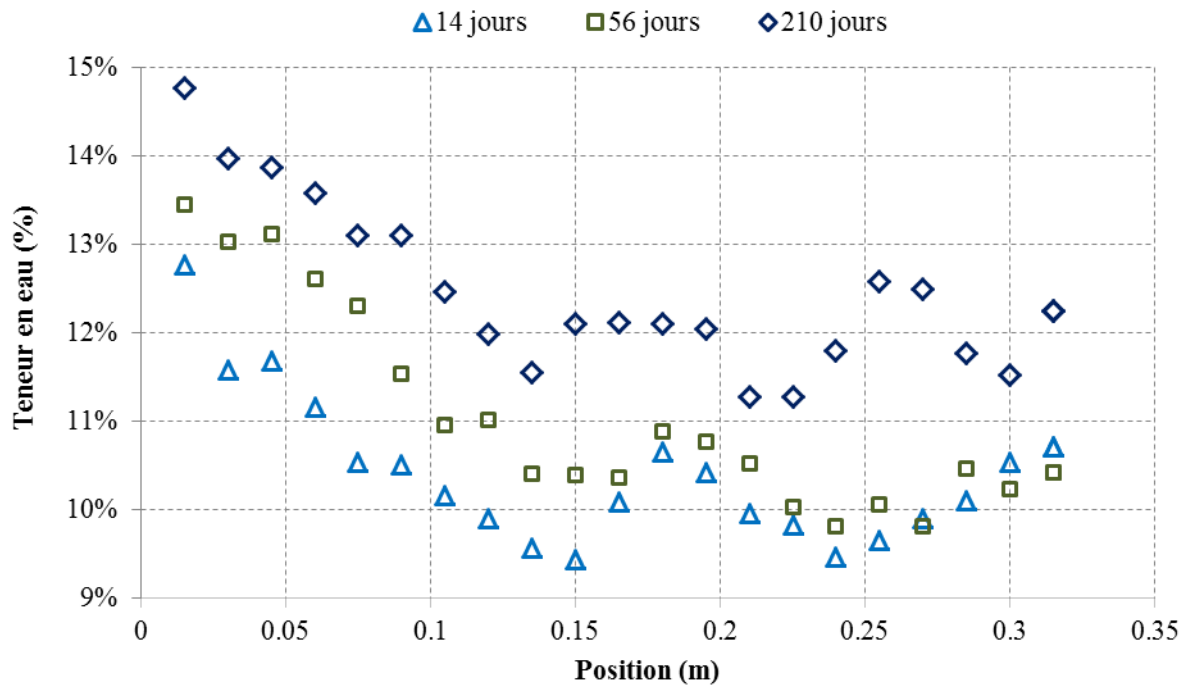


Figure II. 35 : Profils spatiaux de teneur en eau de l'échantillon (b)

### 2.4.3. Identification couplée

Pour les deux géométries retenues, la teneur en eau mesurée près de la surface est inférieure à la teneur en eau d'équilibre estimée (Figure II.34 et Figure II. 35) traduisant l'effet de convection hydrique. Un échange surfacique est donc pris en compte dans l'algorithme de caractérisation. De plus, les mesures s'arrêtant avant que l'état d'équilibre ne soit atteint, la teneur en eau d'équilibre est considérée comme une inconnue supplémentaire. 4 paramètres sont donc à identifier, à savoir, le coefficient de diffusion anhydre  $D_0$ , le coefficient de non linéarité  $k$ , le coefficient d'échange surfacique  $S$  et la teneur en eau d'équilibre  $w_{eq}$ .

Deux méthodes de caractérisation sont alors comparées. La première, dite standard, repose uniquement sur la teneur en eau moyenne mesurée par pesée seule. La seconde méthode, appelée identification couplée, intègre à la fois la teneur en eau moyenne obtenue par pesée et les profils spatiaux obtenus par gammadensimétrie. Dans ce dernier cas, l'identification utilise le poids  $\alpha = 0.2$  (teneur en eau moyenne) et  $\beta = 0.8$  (profils spatiaux).

#### 2.4.3.1. Echantillon (a) de dimensions 200 x 70 x 70 mm<sup>3</sup>

L'échantillon (a) est caractérisé par une seule face d'échange d'humidité avec un état hydrique initial inférieur à 1% d'humidité interne. Après 81 jours d'adsorption, la teneur en eau moyenne n'atteint que 14% ; valeur bien en dessous de la teneur en eau d'équilibre attendue (environ 22% à environ 20°C) selon Loulou (2013) et Merakeb et al. (2009).

L'identification couplée repose sur cinq profils spatiaux (à 3, 10, 18, 25 et 81 jours). Pour des raisons de clarté graphique, seuls 3 profils (à 3, 18 et 81 jours) sont représentés. La comparaison de l'évolution de la teneur en eau moyenne et des profils spatiaux de teneur en eau tracés, et ceux obtenus après identification des paramètres de diffusion par les deux méthodes (Tableau II. 14), est présentée dans les Figure II. 36 et Figure II. 37.

Tableau II. 14 : Identifications standard et couplée pour l'échantillon (a)

Méthode d'identification	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	S (m/s)	$w_{eq}$ (%)
Identification standard	4.50E-09	1.12	5.03E-08	20.9
Identification couplée	3.27E-09	1.94	4.73E-08	22.5

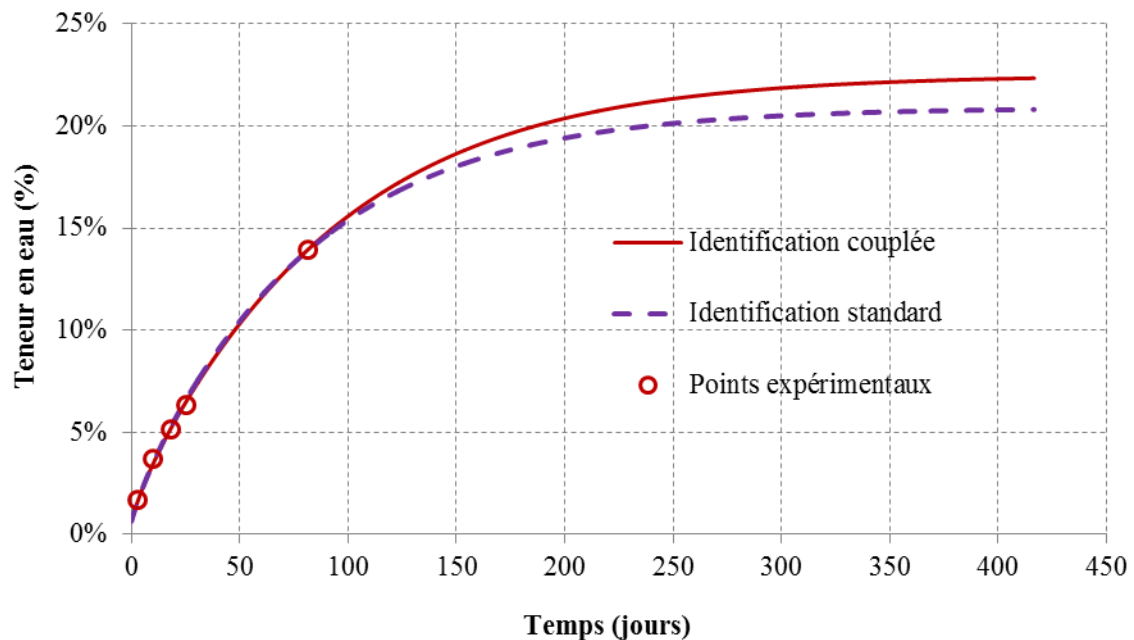


Figure II. 36 : Evolution de la teneur en eau dans l'échantillon (a)



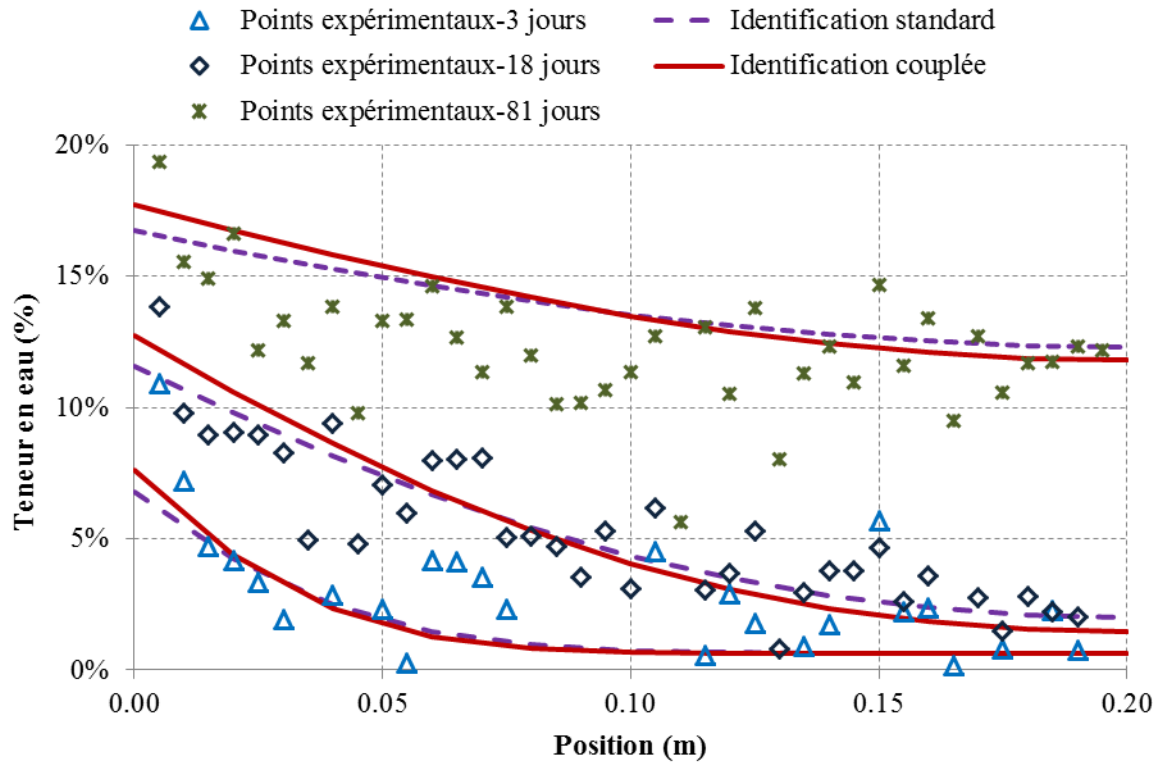


Figure II. 37 : Profils spatiaux de distribution de teneur en eau dans l'échantillon (a)

Les valeurs obtenues pour le coefficient de non linéarité  $k$  (différent de 0) et le coefficient d'échange surfacique  $S$  (assez faible) valident les hypothèses concernant la diffusion non-linéaire et les échanges par convection hydrique.

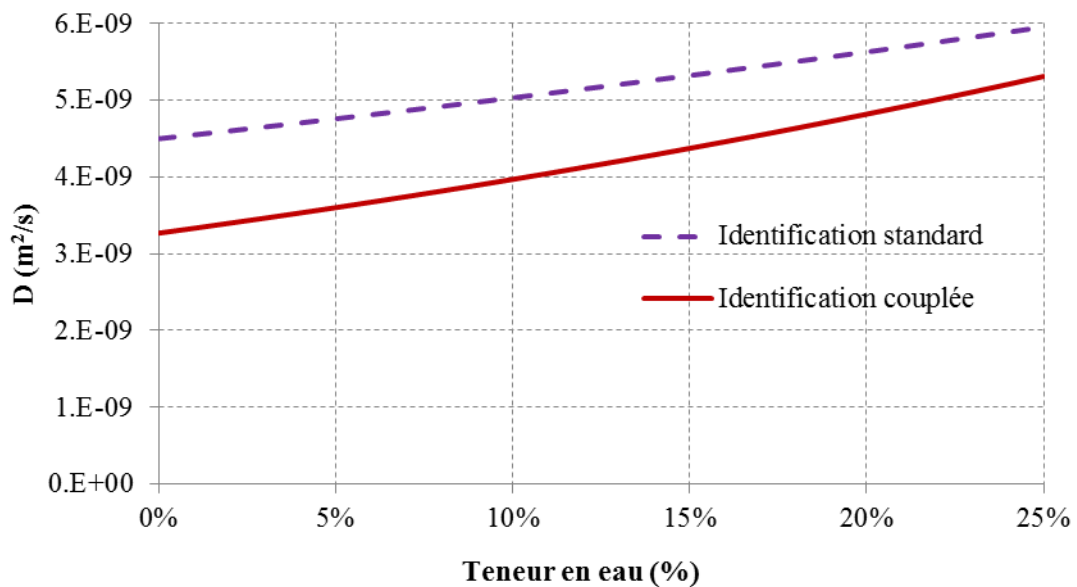


Figure II. 38 : Evolution du coefficient de diffusion  $D$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

On constate la sensibilité du résultat du mode d'identification par méthode inverse. Concernant les paramètres d'identification, Tableau II. 14, la différence du coefficient d'échange surfacique de deux méthodes est d'environ 6% et la différence de la teneur en eau d'équilibre est d'environ 8%. Les principales différences résident sur la caractérisation du paramètre de diffusion et sa propriété de non-linéarité. Selon l'expression (I.7), les deux méthodes d'identification s'illustrent par des différences de caractérisation pouvant atteindre 25 % sur l'évolution du paramètre de diffusion en fonction de la teneur en eau, Figure II. 38.

#### 2.4.3.2. Echantillon (b) de dimensions 320 x 95 x 95 mm<sup>3</sup>

L'essai expérimental est arrêté au 220<sup>ème</sup> jour, au bout duquel la teneur en eau moyenne est d'environ 13%. La teneur en eau d'équilibre est estimée à 16% selon Loulou (2013). Trois profils à 14, 56 et 210 jours sont utilisés pour l'identification couplée des paramètres de diffusion, Figure II. 35. Les paramètres de diffusion, issus des identifications standard et couplée, sont regroupés dans le Tableau II. 15.

Tableau II. 15 : Résultat d'identification standard et couplée de l'échantillon (b)

Méthode d'identification	$D_0$ (m <sup>2</sup> /s)	k	S (m/s)	$w_{eq}$ (%)
Identification standard	9.33E-10	4.64	2.64E-6	14.8
Identification couplée	2.62E-9	-1.25	3.04E-7	14.3

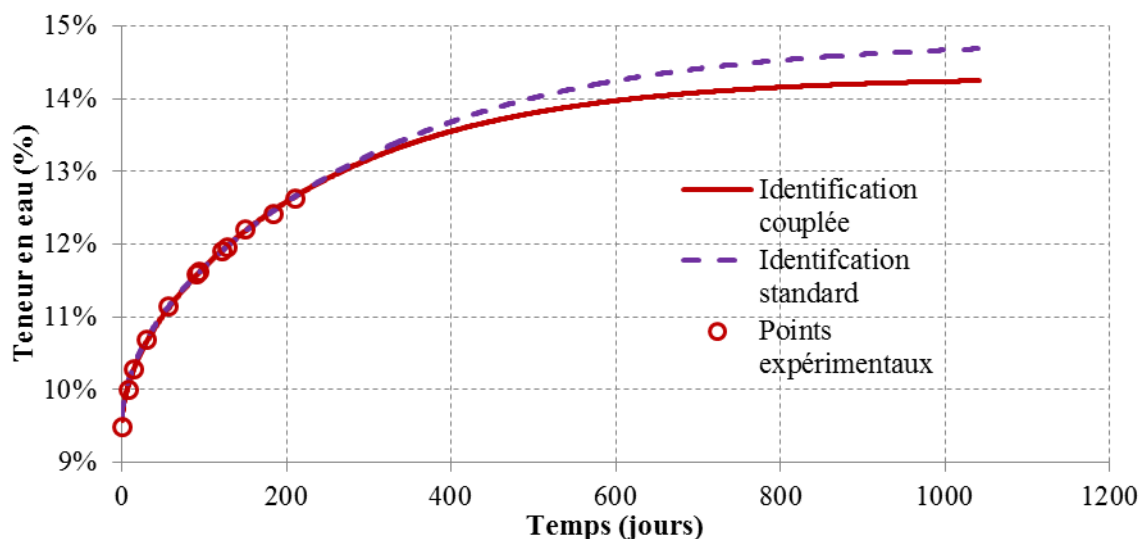


Figure II. 39 : Evolution de la teneur en eau moyenne dans l'échantillon (b)

Les modélisations alimentées par les identifications standard et couplée, Figure II. 39, superposent parfaitement à l'évolution de la teneur en eau moyenne, et ce, malgré une grande différence entre les paramètres identifiés.

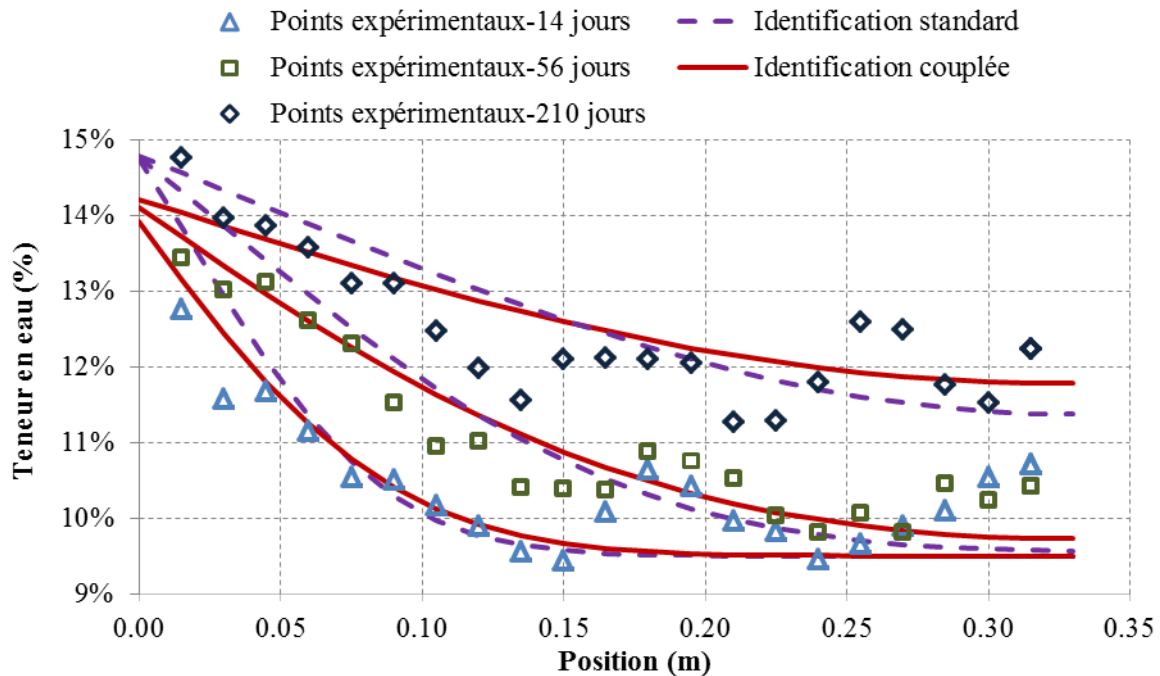


Figure II. 40 : Profils spatiaux de distribution de teneur en eau dans l'échantillon (b)

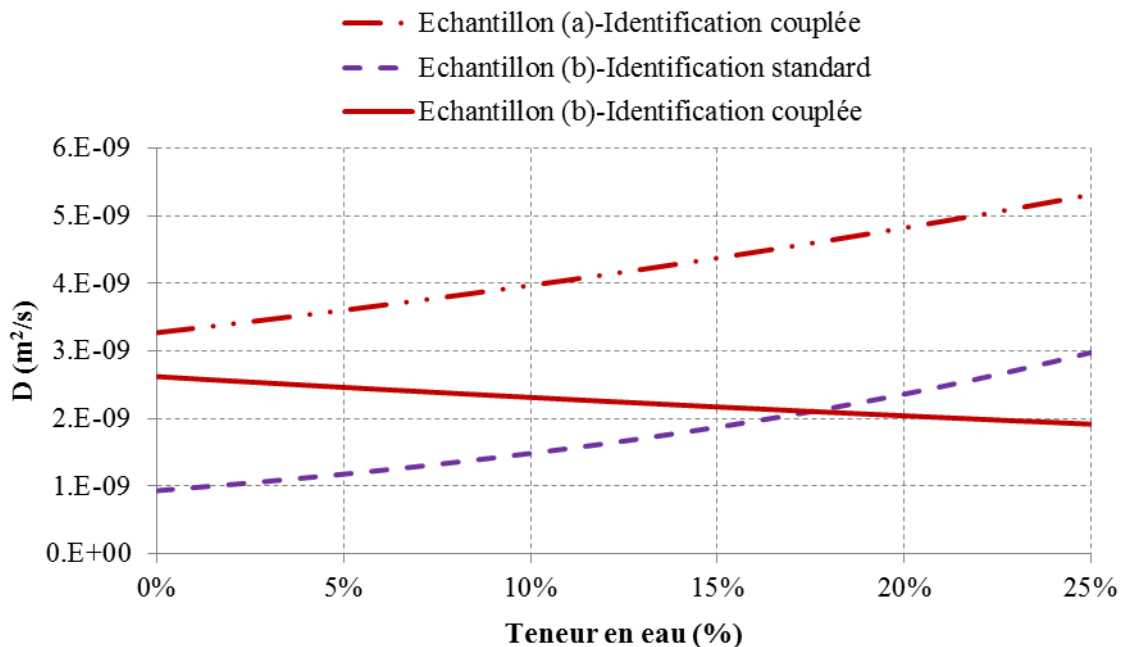


Figure II. 41 : Coefficients de diffusion en fonction de la teneur en eau

Si l'humidité d'équilibre pronostiquée est la même par les deux approches, les profils hydriques présentent une divergence importante, Figure II. 40. Plus particulièrement au voisinage de la surface d'échange, les deux méthodes se différencient en termes de cinétique de convection hydrique. Le tableau II.15 montre des écarts importants également visibles en Figure II. 41 en termes d'évolution du coefficient de diffusion en fonction de la teneur en eau.

Cette étude montre les failles perfectibles par une méthode d'identification standard basée uniquement sur l'évolution de la teneur en eau moyenne, et ce, pour plusieurs raisons :

- Même si la caractérisation permet, au final, une modélisation acceptable de l'évolution de la teneur en eau moyenne, elle ne permet pas de reproduire facilement les profils spatiaux.
- Pour une évolution de teneur en eau moyenne, l'équilibre entre les échanges hydriques par convection et la diffusion dans le matériau peut induire un nombre important de jeux de paramètres satisfaisant une teneur en eau moyenne.
- Enfin, dans le cas où le temps expérimental ne permet pas d'atteindre l'équilibre hydrique, les erreurs de cinétique de diffusion, induites par l'identification standard, peut amener, au final, à une mauvaise extrapolation de l'humidité d'équilibre et induire, de fait, des erreurs d'estimation des isothermes de sorption.

Même si les profils spatiaux présentent un niveau de bruit expérimental important, la méthode de caractérisation couplée permet de contraindre l'algorithme de minimisation du Simplexe afin de limiter le nombre de combinaisons possibles en termes de propriétés de diffusion en mettant en valeur les effets hydriques dus au processus convectifs. Ceci rend, au final, la méthode couplée plus précise et plus robuste en proposant, à termes, des jeux de paramètres intrinsèques au matériau étudié et permet ainsi de proposer, via l'utilisation d'un modèle de diffusion, des pronostics plus réalistes au-delà des observations expérimentales.

## Conclusion

Dans la démarche scientifique de ce travail de thèse, l'évolution prédictive de l'humidité interne dans les sections massives nécessite une maîtrise de la caractérisation des propriétés de sorption des milieux étudiés. Ce chapitre a permis de développer et d'affiner des démarches de modélisation associées à des protocoles expérimentaux afin d'optimiser et de rendre robuste un protocole expérimental couplé à une analyse numérique inverse. Si l'ensemble du travail repose sur un développement des modèles dans une application par différences finies, celui est cependant implémenté dans le logiciel aux éléments finis Castem. Ce chapitre a surtout mis en avant la nécessité d'intégrer un maximum d'informations expérimentales afin de limiter différentes combinaisons de paramètres et d'imposer un caractère intrinsèque à la caractérisation. Plus précisément, l'essai gravimétrique, permettant une mesure d'humidité moyenne, est largement mis en défaut dans ce contexte. Une caractérisation globale, sur un ensemble de créneaux d'humidité relative, paraît incontournable. De plus, notre étude montre le plus apporté par la mesure de profils spatiaux. Car, même avec un niveau de bruit expérimental non négligeable, ces profils permettent une meilleure séparation entre les échanges convectifs proches des bords de l'échantillon et le processus de diffusion massique. Cependant, bien que ces profils spatiaux présentent un apport incontestable dans les protocoles de caractérisation mais également dans une optique de monitoring hydrique dans les structures, la méthode par mesure gammadensimétrique demande des précautions sécuritaires, dues à sa nature nucléaire, incompatibles avec une utilisation systématique en laboratoire et encore moins en monitoring de structure en intérieur et en extérieur. Le troisième chapitre de ce mémoire développe donc une alternative à cette approche en proposant le principe d'une tomographie électrique.

# CHAPITRE III : CARACTERISATION DES CHAMPS HYDRIQUES PAR IMAGERIE ELECTRIQUE

## Introduction

La technique d'imagerie électrique est relativement récente et très efficace en géophysique (partie 4.2.2 du chapitre I). Elle tend à devenir un outil indispensable ayant beaucoup d'applications dans différents domaines. Ce travail présente une approche expérimentale et numérique dans le but d'adapter les mesures résistives, employées en géophysique, au monitoring d'ouvrages en bois vis-à-vis de l'humidité. Cette méthode, contrairement à la mesure radiométrique présentée dans le chapitre II, permet une mise en œuvre in situ. Son principe repose sur le suivi de la résistivité du bois corrélée à sa teneur en eau. Connectée aux surfaces accessibles de l'élément à étudier, la tomographie électrique, par recouplement des lignes de courant, reconstruit le champ de résistivité.

La technique et le matériel étant développés pour des applications en géotechnique, nous abordons en premier lieu, l'adaptation du résistivimètre géophysique à la mesure dans le bois, et ce, via des applications 1D et 2D.

Cette technique de tomographie repose sur une inversion d'un modèle numérique, via une méthode de minimisation d'erreur entre simulation et mesure, d'injection de courant électrique, implémenté dans le logiciel Castem. Dans un premier temps, le modèle, appelé modèle direct, permet de simuler la mesure physique en termes d'injection de courant et de mesure de différence de potentiel d'un quadripôle électrique. Dans un second temps, un algorithme d'inversion est développé afin de reconstruire le champ de résistivité du milieu à partir des données de résistivités mesurées.

Enfin, les relations entre résistivité et teneur en eau sont abordées. Nous présentons plus particulièrement la loi de passage couplant profils de résistivité aux profils de teneur en eau correspondants.

# 1. Injection de courant électrique

## 1.1. Adaptation d'un dispositif de mesure résistive à l'échelle du matériau bois

### 1.1.1. Présentation du résistivimètre

Le résistivimètre, utilisé dans cette étude, est un Syscal Junior Switch 48 d'Iris Instruments. Il a été conçu pour l'exploration intensive du sous-sol à l'aide d'une méthode électrique à courant continu. Le résistivimètre peut être utilisé dans la plupart des applications du Génie Civil pour résoudre des problèmes tels que la détermination de la profondeur du substratum, la localisation de zones altérées, la visualisation de limites argiles-sable, la détermination de la profondeur et de l'épaisseur des aquifères, le contrôle de salinité et le suivi de pollution, etc. (Iris Instrument 2005)

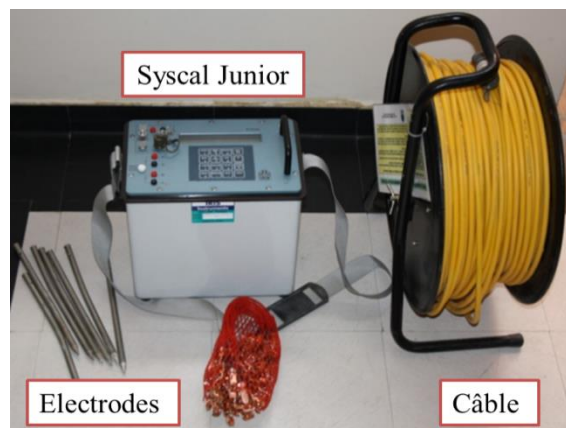


Figure III. 1 : Syscal Junior Switch 48

Ce dispositif est composé d'un système de multiplexage permettant de contrôler jusqu'à 48 électrodes (2 paires de 24 électrodes) et d'une source d'énergie de 100 W. Son principe est de transmettre un courant d'intensité  $I$  via deux électrodes d'injection et de mesurer une différence de potentiel  $V$  entre deux autres électrodes afin d'obtenir une image de résistivité pouvant être traduite en densité. L'intensité du courant injecté est automatiquement ajustée afin de mesurer, dans de bonnes conditions, une différence de potentiel, aux limites physiques de la tête de mesure près. Ainsi, le Syscal Junior permet d'obtenir une tension maximale de  $\pm 400V$  sous une intensité maximale injectée de 1.25 A.

L'intensité du courant d'injection est dictée par le choix de la valeur minimale de la différence de potentiel  $V_{P_1P_2}$  mesurable.

Le résistivimètre peut être connecté à 4 électrodes pour des mesures en mode standard (2 électrodes d'injection et 2 électrodes de réception) ou à plusieurs électrodes pour être utilisé en mode multi-électrodes par le biais du multiplexeur. Tous les paramètres, tels que l'intensité, la tension ainsi que les paramètres géométriques, sont mémorisés. Enfin, une liaison série permet le transfert des données vers un ordinateur pour le traitement et l'interprétation des données (programmation des séquences de mesure via le logiciel Electre II et lecture des mesures mémorisées via Prosys).

La Figure III. 2 représente un exemple de mesure par le mode multi-électrodes sur le terrain au laboratoire GEMH d'Egletons et les résultats d'une inversion 2D par le logiciel Res2Dinv.

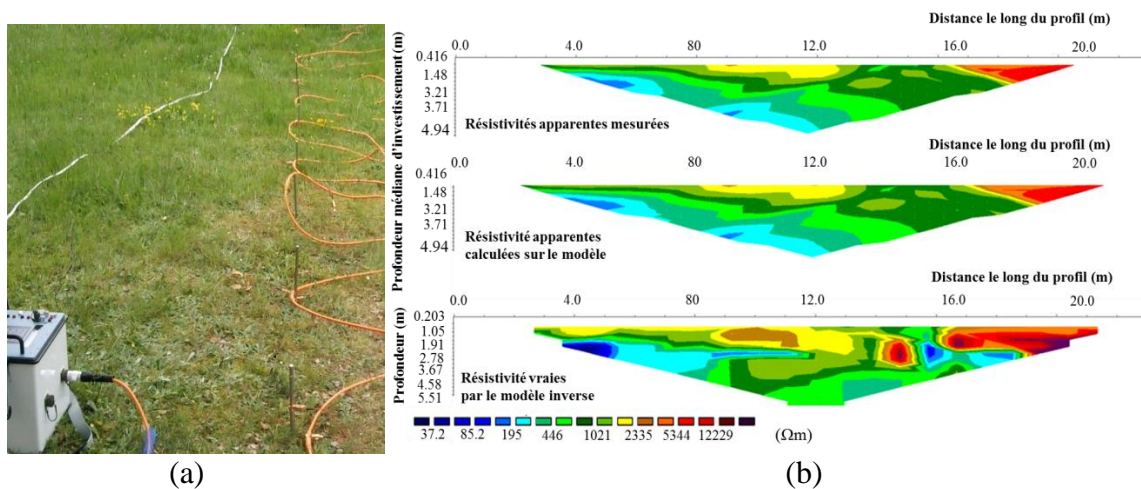


Figure III. 2 : Exemple d'une mesure sur le terrain (a) et l'inversion 2D par Res2Dinv (b)

### 1.1.2. Adaptation au matériau bois

Le matériel d'origine étant développé pour des mesures géophysiques, il est nécessaire de contrôler son adaptabilité au matériau bois qui présente des gammes de résistivité différentes.



#### 1.1.2.1. Adaptation du matériel

Les électrodes de grande dimension (Figure III. 1), utilisées en géophysique pour les mesures de résistivité dans un milieu semi-infini, ne sont pas adaptées à l'échelle des échantillons étudiés dans ce travail dont la taille finie est de quelques décimètres. C'est pour cette raison que des câbles spécifiques et des électrodes miniatures ont été fabriquées, (Figure III. 3).

En mode standard, les câbles spécifiques (Figure III. 3a) et les électrodes de diamètre de 3mm et de 4cm de longueur (Figure III. 3b) permettent de mesurer la résistivité sur des matériaux de haute résistance électrique.

En mode multi-électrodes, l'ensemble des deux faisceaux, composés de 24 câbles chacun fournis par Iris Instrument (Figure III. 3c) et 48 électrodes (Figure III. 3d) sont utilisés. La jonction entre les câbles et les électrodes est réalisée au laboratoire.

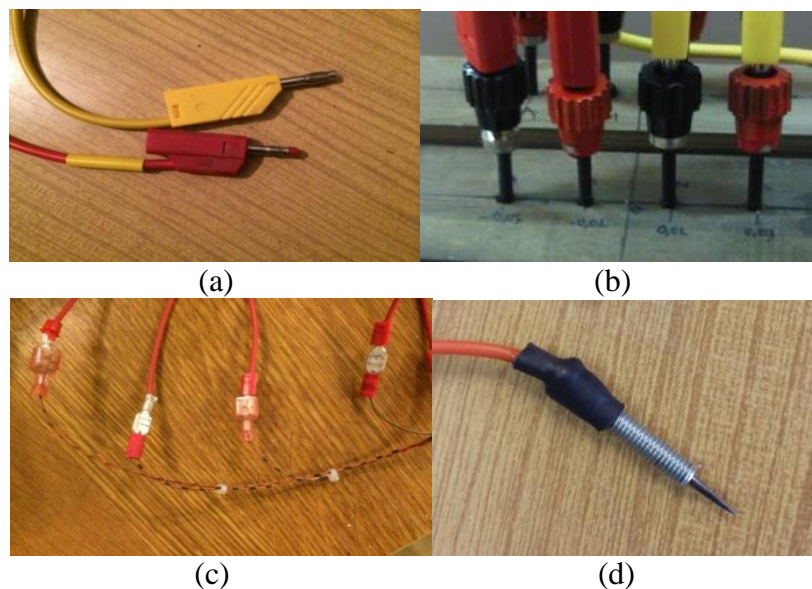


Figure III. 3 : Câbles et électrodes spécifiques

Les premiers tests préliminaires ont montré qu'en cas de résistivité élevée (teneur en eau basse), l'intensité maximale du courant injecté ne permet pas d'obtenir une mesure exploitable de différence de potentiel. Il s'est donc avéré nécessaire d'adjoindre un module diviseur de courant en augmentant la gamme d'injection de courant d'un facteur 25 :

- La gamme d'injection passe de 1250 mA à 50mA.
- La gamme de résolution passe de 0.001 mA à 0.0002mA.

Quelques tests sont alors effectués pour vérifier l'adaptation du matériel au matériau bois humide. Dans un premier temps, des mesures en mode standard sont effectuées. Les mesures en mode multi-électrodes sont également réalisées dans un second temps pendant un essai de diffusion unidirectionnelle.

#### 1.1.2.2. Mode standard

Le premier test est effectué en mode standard. Un échantillon de Douglas de dimensions  $200 \times 100 \times 40 \text{ mm}^3$  est usiné selon les directions L x R x T. Il est immergé dans l'eau jusqu'à atteindre 50% de teneur en eau moyenne. Il est ensuite placé dans l'ambiance du laboratoire pour effectuer des essais de mesure électrique pendant son séchage.

4 électrodes (Figure III. 3a) sont positionnées selon la direction longitudinale de l'échantillon à une profondeur de 1cm. L'écart entre deux électrodes est de 2cm (Figure III. 4).

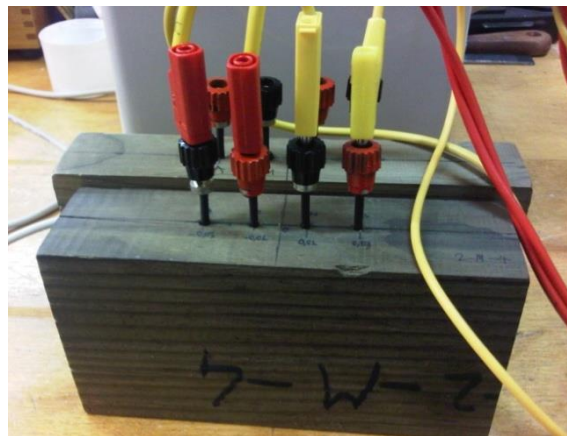


Figure III. 4 : Test préliminaire en mode standard

Le test est effectué en utilisant le modèle de quadripôle Wenner Alpha. Tous les modes d'injection de courant sont testés. Cependant, le mode Max  $V_{P_2}$  s'avère le plus adapté.

Les valeurs du rapport  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right|$ , mesurées tout au long de l'essai, sont corrélées à la teneur en eau moyenne selon une loi exponentielle (Figure III. 5).

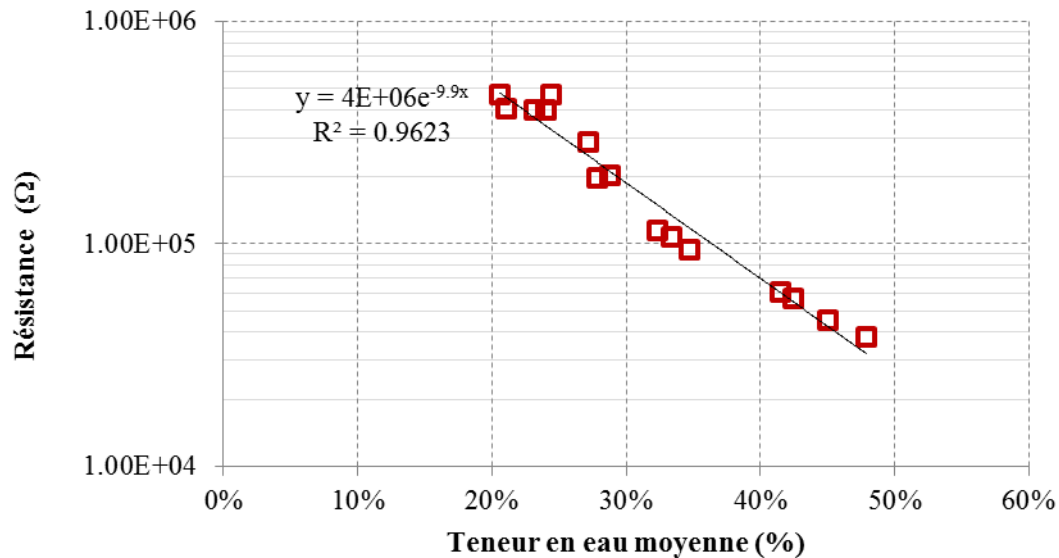


Figure III. 5 : Evolution de la résistance  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  en fonction de la teneur en eau moyenne

En moyenne, les mesures électriques sont exploitables jusqu'à 20% de teneur en eau. Si cela peut paraître très insuffisant, il est à noter que pour des mesures proches de la surface, la valeur d'humidité inférieure peut être plus faible. Dans un contexte de monitoring d'ouvrages en extérieur, les fibres proches de la surface sont les plus sensibles aux hautes variations d'humidité. De plus, les mesures peuvent être améliorées en augmentant la qualité du contact bois/électrodes en augmentant leur profondeur d'enfoncement.

### 1.1.2.3. Mode multi-électrodes

L'ensemble des mesures en mode multi-électrodes est réalisé en utilisant le modèle dipôle-dipôle car il permet d'obtenir un très faible couplage électromagnétique entre les lignes de courant et de potentiel tout en donnant une forte densité de points de mesures. Définissons les trois types de quadripôle utilisés dans le mode multi-électrodes,

Tableau III. 1

Tableau III. 1 : Types de quadripôles utilisés

Type de quadripôle	$C_1C_2$ (cm)	$C_2P_1$ (cm)	$P_1P_2$ (cm)
1	a	a	a
2	a	2a	a
3	2a	a	2a

*\*a est l'écart entre des électrodes*

L'échantillon de dimensions  $200 \times 70 \times 70 \text{ mm}^3$ , expérimenté précédemment (partie 2.4.3.1 du chapitre II), est utilisé pour des tests de mesure électrique en mode multi-électrodes. L'échantillon est placé dans une enceinte climatique à 40% d'humidité relative et à une température de  $20^\circ\text{C}$  pour un essai de diffusion longitudinale en désorption (5 faces sur 6 sont étanchéifiées par 2 couches de parafilm).

Un support rigide est préparé pour garantir un écartement fixe entre les électrodes. 11 électrodes, Figure III. 3d, sont alignées dans le sens longitudinal avec un écartement de 1 cm et une profondeur de 0.5 cm. Les électrodes sont placées en partie courante de l'échantillon pour éviter les effets de bord (Figure III. 6 et Figure III. 7).

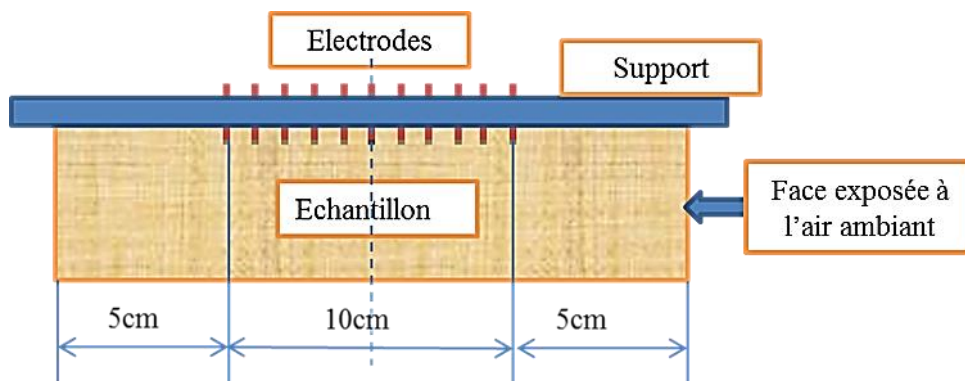


Figure III. 6 : Répartition des électrodes en mode multi-électrodes

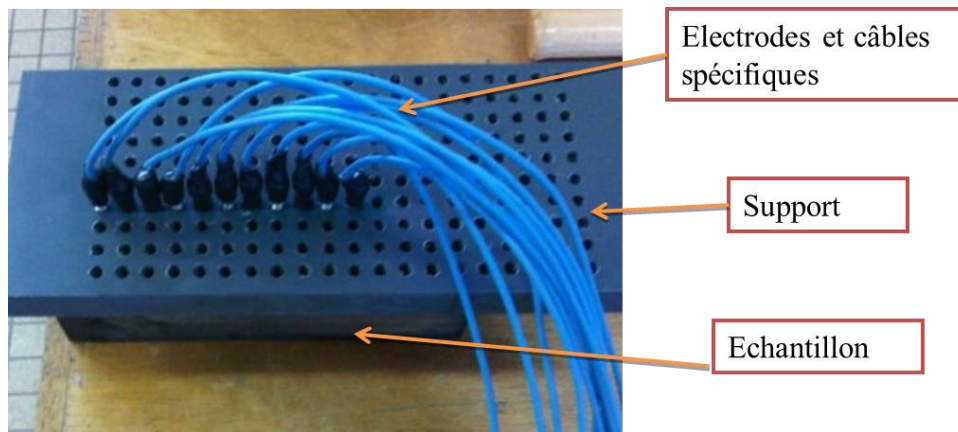


Figure III. 7 : Dispositif expérimental en mode multi-électrodes

Avec 11 électrodes, nous avons accès, par multiplexage, à une combinaison de 67 quadripôles en modèle dipôle-dipôle correspondant à 67 points de mesures. Le suivi de la teneur en eau moyenne de l'échantillon par pesée est réalisé à chaque occurrence de mesure électrique, Figure III. 8.

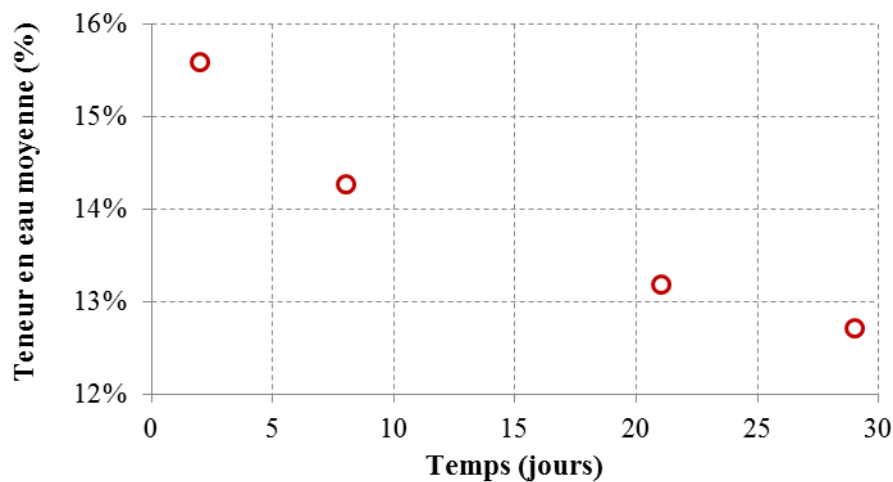


Figure III. 8 : Evolution de la teneur en eau moyenne selon le temps

Le premier type de quadripôle ( $C_1C_2 = C_2P_1 = P_1P_2 = 1\text{cm}$ ) correspond au premier niveau de mesure pour lequel les données sont les moins bruitées. Nous choisissons donc de présenter les 8/67 données mesurées de résistance du premier type de quadripôles. Durant le séchage, les résistances augmentent correspondant à une diminution de l'humidité interne. Selon la Figure III.9, leur évolution, le long de l'échantillon, est cohérente avec celle de la

teneur en eau pendant l'essai de désorption (gradient hydrique entre la face humide et la face exposée au séchage).

En mode multi-électrodes, le dispositif ainsi adapté est exploitable pour une humidité interne moyenne descendant jusqu'à 13%.

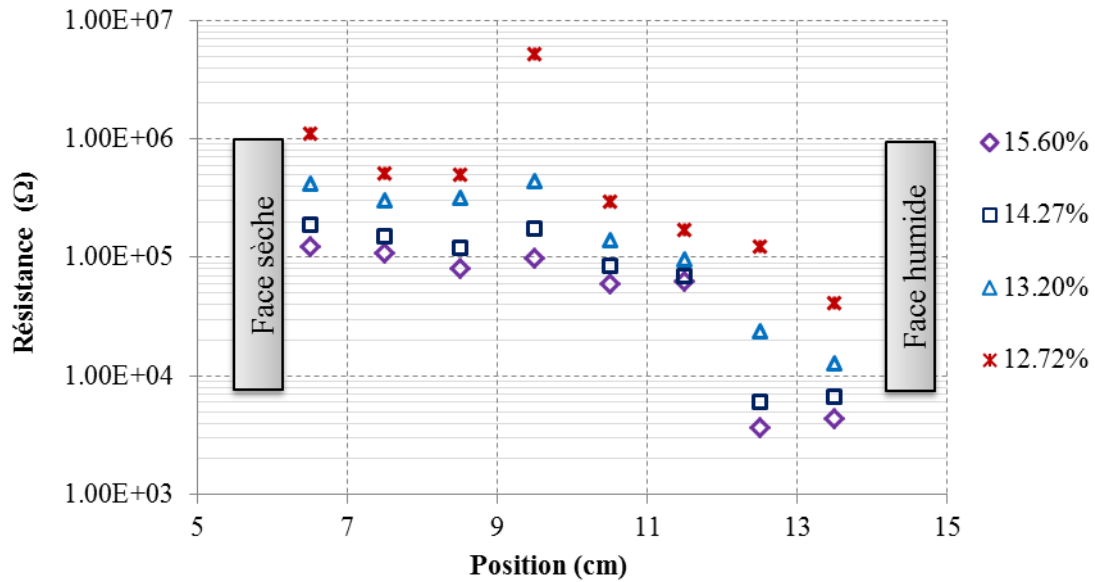


Figure III. 9 : Profils de résistance  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$

## 1.2. Protocoles expérimentaux

Deux protocoles expérimentaux sont proposés pour la mesure de résistivité en mode multi-électrodes. Le premier repose sur la mesure 1D de l'humidification unidirectionnelle et le second concerne la mesure 2D en ceinturage.

### 1.2.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental, mis au point au laboratoire, est composé d'un dessiccateur de conditionnement et du résistivimètre connecté à un ordinateur pour l'acquisition des données (Figure III. 10).

Le dessiccateur a subi une modification pour faire passer les câbles du résistivimètre afin d'éviter de sortir l'échantillon pendant les mesures électriques. L'ensemble est placé dans une pièce dont la température est tempérée à 20°C. L'humidité relative est fixée par l'emploi d'une solution de sels (37.2 g/l de Chlorure de Potassium (KCl)) pour assurer une humidité relative constante de 86%.

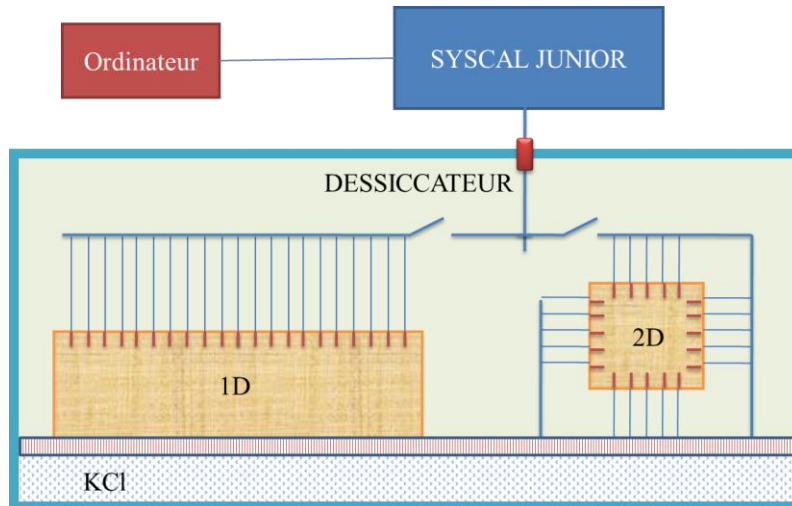


Figure III. 10 : Schéma du dispositif expérimental

### 1.2.2. Protocole de la mesure électrique unidirectionnelle

Un échantillon jumeau, de celui utilisé pour les mesures par méthode gammadensimétrique, présenté dans le paragraphe 2.4.2 du chapitre II, est utilisé dans ce travail. Les deux échantillons, de mêmes dimensions  $320 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$ , ont été prélevés côte à côte sur la même planche, Figure III. 11.

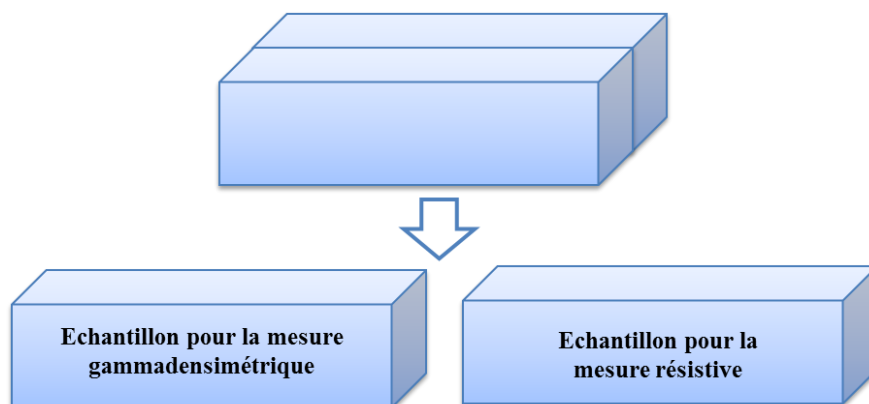


Figure III. 11 : Schéma de découpe des échantillons



Il est, dans un premier temps, conditionné en enceinte climatique à 40% HR et 20°C jusqu'à l'équilibre et, dans un second temps, placé dans le dessiccateur à une humidité relative de 86%. D'une teneur en eau initiale de 9.5%, l'évolution de l'humidité est présentée en Figure III. 12.

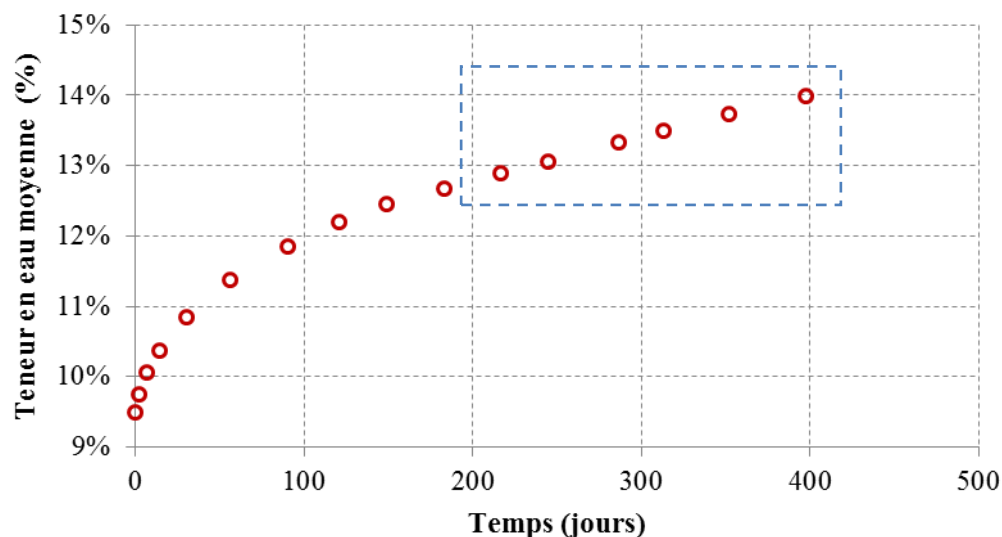


Figure III. 12 : Evolution de la teneur en eau moyenne

Initialement, 19 électrodes d'1 cm d'écart et de 0.5 cm de profondeur, Figure III. 13, sont utilisées. Dans les premiers temps, à faible teneur en eau, les séquences de mesure de résistivité ne sont pas satisfaisantes (résistances trop importantes). Cela est certainement dû au fait que, même si le support assure une répartition précise des sondes, sa rigidité ne garantit pas un contact sûr entre les électrodes et l'échantillon.



Figure III. 13 : Echantillon de dimensions 320 x 95 x 95 mm<sup>3</sup> équipé de 19 électrodes



C'est pour cette raison qu'à partir du 217<sup>ème</sup> jour (Figure III. 12), les électrodes sont placées directement sur l'échantillon en négligeant les effets d'une mauvaise mise en place (défaut d'alignement ou d'enfoncement). 21 électrodes sont alors disposées sur toute la longueur de l'échantillon afin d'avoir des mesures le plus proche des bords, et ce, avec un espacement de 1.5 cm et un enfoncement de 1 cm. Elles sont numérotées de 1 à 21. La face sèche est nommée face A et celle, exposée à l'air humide, est nommée face B, Figure III. 14 et Figure III. 15.

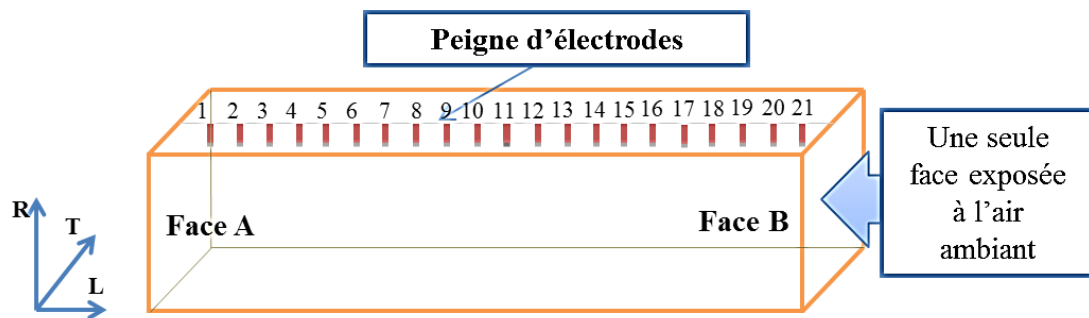


Figure III. 14 : Disposition et numérotation des électrodes pour une mesure unidirectionnelle



Figure III. 15 : Echantillon pour la mesure électrique unidirectionnelle

### 1.2.3. Protocole de la mesure électrique en 2D

L'échantillon de dimensions  $320 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$ , utilisé pour les mesures gammadensimétriques, est utilisé pour les mesures électriques 2D. Il est nettoyé des deux couches de parafilm et découpé en trois échantillons cubiques de dimensions  $95 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$ , Figure III. 16.

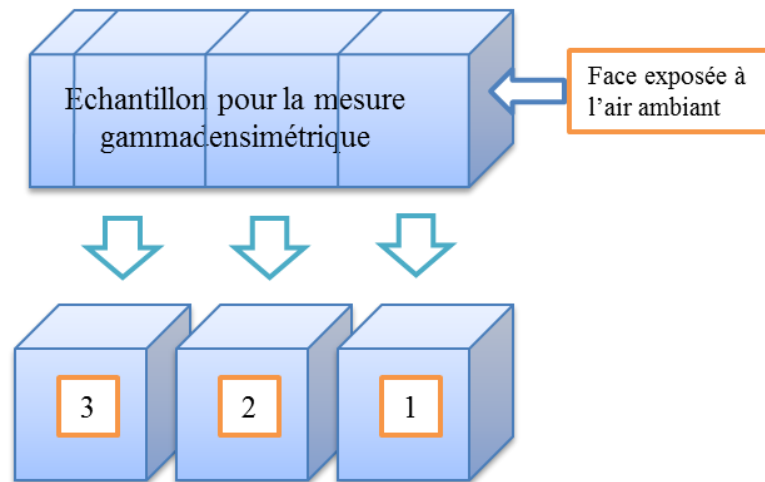


Figure III. 16 : Schéma de découpe des échantillons pour la mesure électrique 2D

L'échantillon 1 est choisi pour le premier test de mesure électrique. Il est pré-conditionné, jusqu'à l'état d'équilibre, dans un dessiccateur à 86% d'humidité relative. Il est ceinturé de 20 électrodes comme indiqué en Figure III. 17. Cinq électrodes par face sont espacées de 1.5 cm avec un enfoncement de 1 cm.

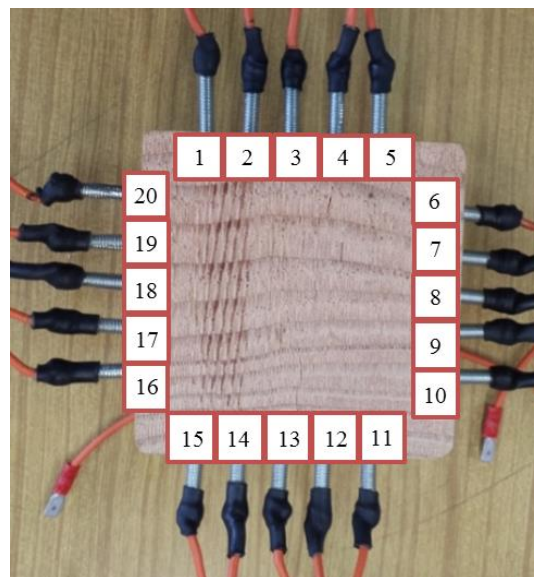


Figure III. 17 : Echantillon pour la mesure électrique en 2D

Les échantillons 2 et 3 sont mis de côté afin d'étudier, d'une part, la technique de mesure pour différents niveaux d'humidité d'équilibre et, dans un second temps, l'effet d'un gradient.

### 1.3. Mesure électrique

#### 1.3.1. Cas unidirectionnel

Dans le cas unidirectionnel, les mesures électriques sont effectuées pendant la phase d'adsorption. Le suivi par pesée est réalisé en parallèle de la mesure électrique. Chaque mesure électrique est doublée en considérant deux sens de multiplexage, Figure III. 18, avec un potentiel de 393 quadripôles:

- un multiplexage dans le sens  $A \rightarrow B$
- un multiplexage dans le sens (dit « reverse »)  $B \rightarrow A$ .

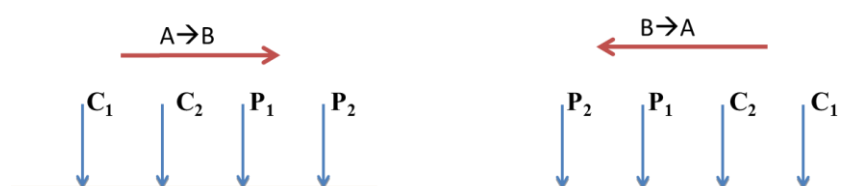


Figure III. 18 : Multiplexages selon les sens  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow A$

Les Figures III.18 et III.19 illustrent l'évolution spatiale et temporelle des résistances pour, respectivement, les sens  $A \rightarrow B$  et  $B \rightarrow A$ .

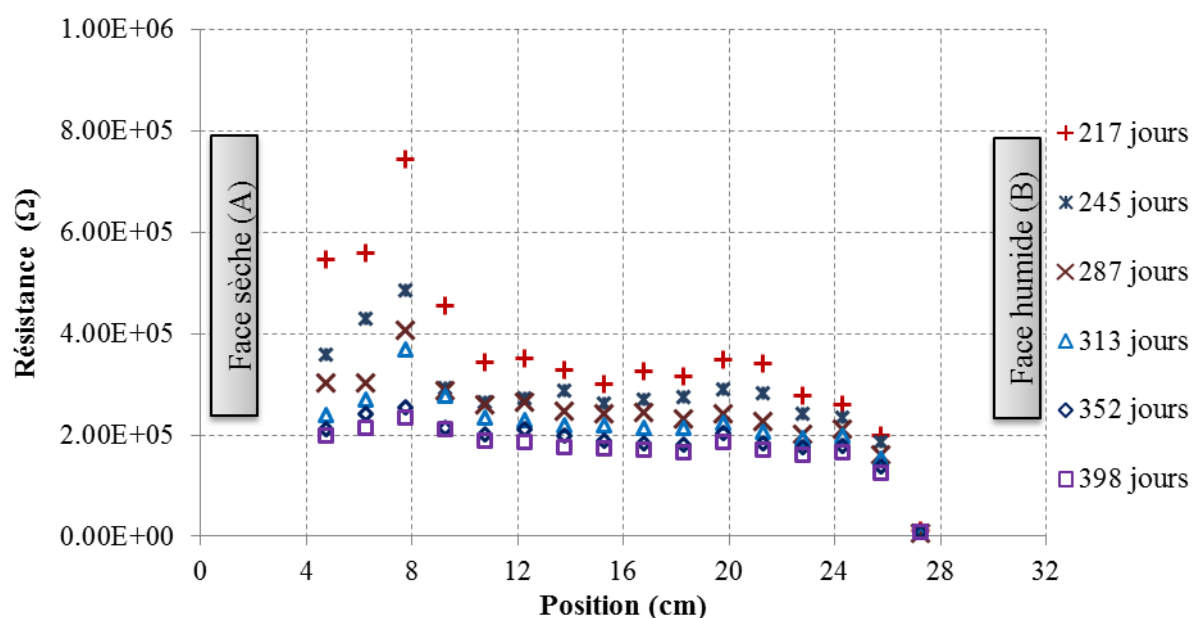


Figure III. 19 : Résistance  $\left| \frac{\Delta V_{RP_2}}{I_{C_1C_2}} \right| (\Omega)$  selon le sens de mesure  $A \rightarrow B$

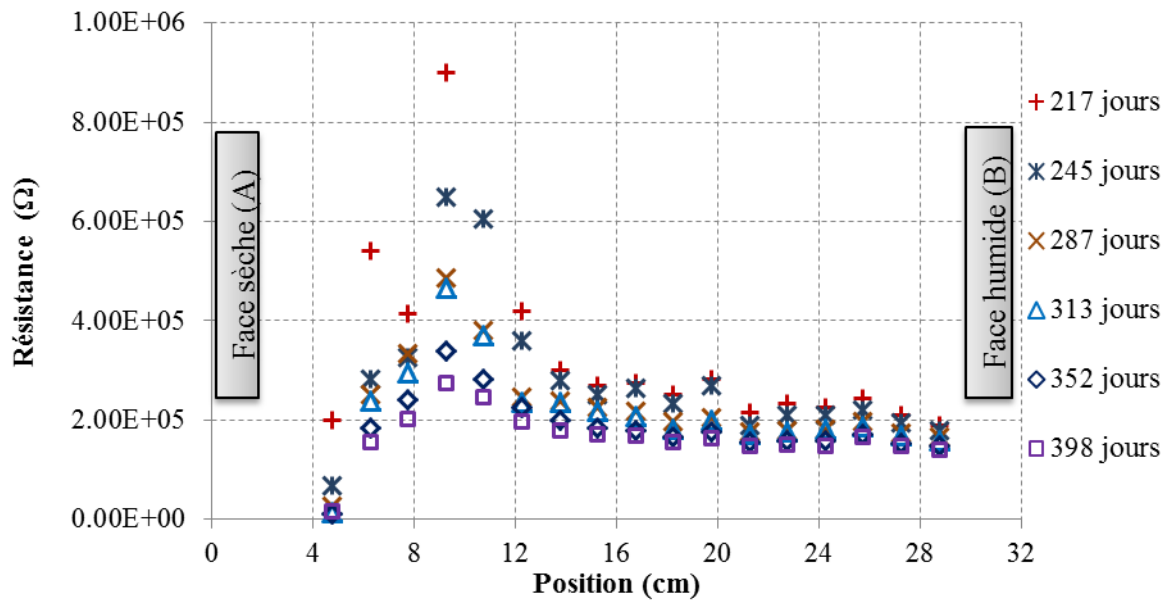


Figure III. 20 : Résistance  $\left| \frac{\Delta V_{p_1 p_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  selon le sens de mesure B  $\rightarrow$  A

Les résultats de mesure montrent leur sensibilité avec une diminution de la résistance en fonction du temps (adsorption) ainsi qu'un gradient en cohérence (mis à part quelques effets de bord) avec le gradient hydrique de la face initialement sèche vers la face exposée à l'ambiance humide.

### 1.3.2. Cas bidimensionnel

La méthode d'imagerie de résistivité est théoriquement employée pour obtenir une répartition des densités géophysiques en accès restreint à la surface souvent plane. Dans notre cas, nous généralisons cette approche à une disposition des électrodes sous la forme d'une ceinture, configuration appelée bidimensionnelle. Contrairement au cas unidirectionnel, toutes les configurations de quadripôle sont exploitées. Cela permet d'investiguer l'ensemble de la section transversale et d'avoir une forte densité des points de mesure, et ce, non seulement à la surface mais également à cœur. De plus, pour chaque mesure, deux multiplexages sont effectués :

- le multiplexage 1 de l'électrode 1 à 20 (Figure III. 21a) ;
- le multiplexage 2 de l'électrode 11 à 10 (Figure III. 21b).

Le multiplexage 2 va compléter et croiser les mesures effectuées par le multiplexage 1.

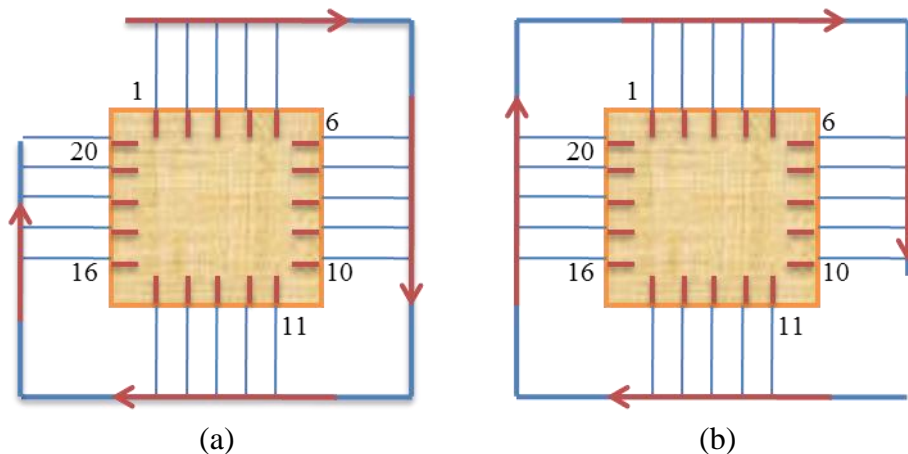


Figure III. 21 : Schéma du multiplexage 1 (a) et du multiplexage 2 (b)

319 mesures sont alors enregistrées avec, au total, 638 données expérimentales. Ces mesures serviront à identifier le champ de résistivité dans l'échantillon grâce au processus d'inversion que nous développerons dans la suite de ce chapitre.

## 2. Modèle numérique

En géophysique, le logiciel Res2Dinv permet, à partir de valeurs de résistivités apparentes mesurées sur le terrain, de calculer le champ de résistivités projeté sur le terrain d'étude. Ce calcul est basé sur une méthode inverse minimisant l'écart entre mesures expérimentales et les résistivités apparentes issues d'un calcul numérique. Ce principe, appelé inversion, se base sur l'hypothèse de l'injection ponctuelle dans un milieu semi-infini, hypothèse largement irréaliste dans notre cas (dimensions structurelles réduites et limitées dans l'espace). L'objectif de ce chapitre est de développer un modèle d'inversion non restreint aux hypothèses usuelles en prenant en compte la géométrie réelle des volumes étudiés. Ce travail nécessite donc de développer, en premier lieu, un modèle permettant de simuler l'algorithme de mesure par multiplexage couplant une résolution de la loi d'Ohm (injection de courant et calcul du potentiel électrique) à une procédure de multiplexage en concordance avec les schémas explicités précédemment. L'approche par éléments finis est présentée. Dans un second temps, l'algorithme de minimisation sera exploité sur la base des mesures expérimentales réalisées au laboratoire.

## 2.1. Modélisation par éléments finis

### 2.1.1. Analogie thermique

La modélisation de la conduction électrique dans les solides (loi d'Ohm généralisée) se réalise en opérant une analogie avec le processus de transfert de chaleur (loi de Fourier), Figure III. 22.

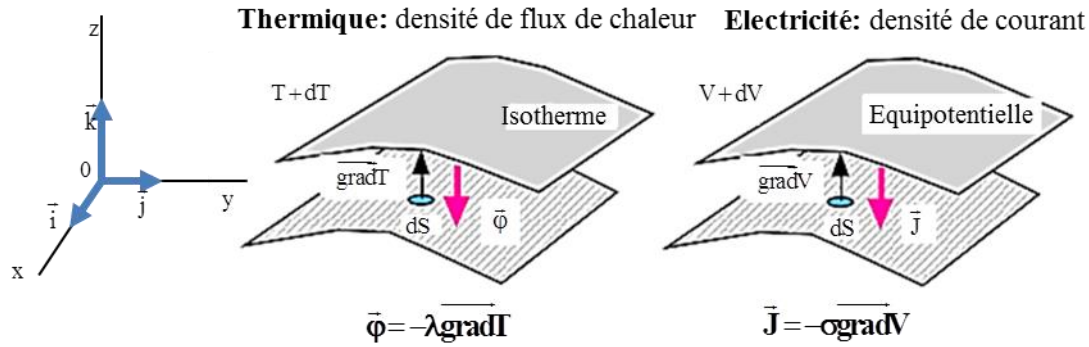


Figure III. 22 : Analogie électrique et thermique

Le transfert de chaleur par conduction thermique est analogue à la diffusion de courant électrique. A l'équation de Fourier (III.1) correspond, en électricité, la loi d'Ohm (III.2)

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (\text{III.1})$$

Le vecteur  $\vec{\varphi}$  représente le flux de chaleur ( $\text{W.m}^{-2}$ ),  $\lambda$  la conductivité thermique ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) et  $T$  la température (K).

$$\vec{J} = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}}(V) \quad (\text{III.2})$$

Le vecteur  $\vec{J}$  représente la densité de courant ( $\text{A.m}^{-2}$ ),  $\sigma$  la conductivité électrique (S/m) et  $V$  le potentiel (V).

Cette analogie permet d'utiliser l'ensemble des outils de transfert de chaleur proposé par le code aux éléments finis Castem. Les correspondances des grandeurs électriques et thermiques sont précisées dans le Tableau III. 2.

Tableau III. 2 : Analogie électrique et thermique

Grandeurs thermiques	Grandeurs électriques
Conductivité thermique $\lambda(\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$	Conductivité électrique $\sigma (\text{S}/\text{m})$
Température (K)	Potentiel (V)
Densité de flux de chaleur ( $\text{Wm}^{-2}$ )	Densité du courant ( $\text{Am}^{-2}$ )
Résistance thermique ( $\text{KW}^{-1}$ )	Résistance électrique ( $\Omega$ )
Conductance thermique ( $\text{WK}^{-1}$ )	Conductance électrique ( $\Omega^{-1}$ )
Flux de chaleur (W)	Intensité (A)

### 2.1.2. Maillages

Le maillage par éléments finis consiste à définir, dans un premier temps, la discrétisation des électrodes représentant, à la fois, les lieux d'injection de courant et de mesure du potentiel et, dans un deuxième temps, la discrétisation du volume de l'échantillon. Bien que notre approche se limite à des problèmes de diffusion hydrique 1D et 2D, la forme tridimensionnelle de l'injection impose une discrétisation spatiale. Simplement, le caractère symétrique des configurations étudiées nous autorise à discrétiser des moitiés d'échantillon.

Les électrodes sont modélisées sous forme de cylindres d'une longueur de 1 cm ou 1.5 cm selon l'application. Ce cylindre permet le transfert d'une densité de courant, imposée à la surface de l'électrode, vers la surface de contact électrode/bois ; le bois au voisinage de l'électrode étant modélisé par un pavé qui se raccordera au volume global de l'échantillon, Figure III. 23.

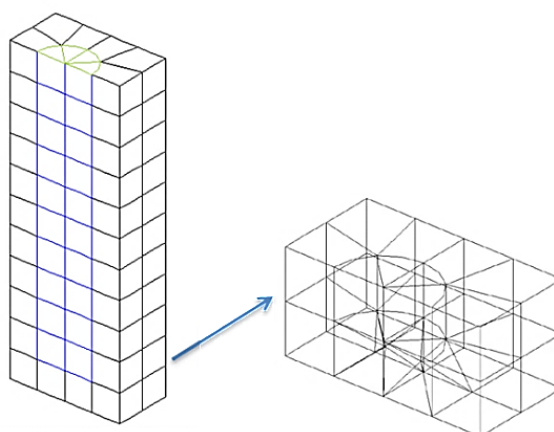


Figure III. 23 : Maillage de l'électrode cylindrique et du volume de bois environnant

La deuxième étape consiste à conserver une zone d'implantation des électrodes et à augmenter la taille des mailles progressivement pour atteindre la taille de l'échantillon réel, ce qui permet de limiter la taille du système à résoudre. La dernière étape consiste à implanter les électrodes dans l'échantillon : 21 électrodes en ligne écartées de 1.5cm pour l'échantillon de dimensions  $320 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$  (application 1D), Figure III. 24, et 20 électrodes écartées de 1.5 cm et disposées en ceinturage pour l'échantillon de dimensions  $95 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$  (application 2D), Figure III. 25.

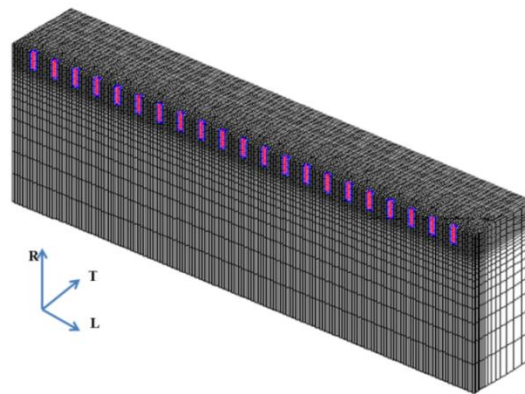


Figure III. 24 : Maillage éléments finis pour l'application 1D avec 21 électrodes

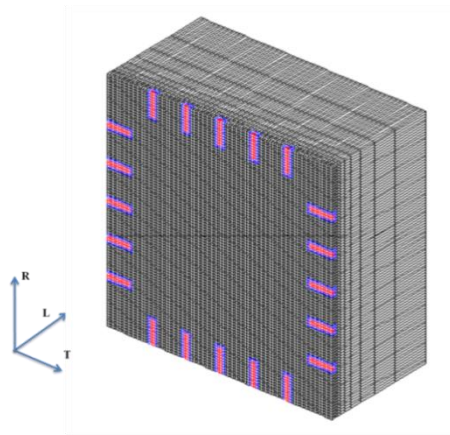


Figure III. 25 : Maillage éléments finis pour l'application 2D et 20 électrodes

### 2.1.3. Modélisation de l'injection électrique

Les électrodes sont considérées comme des milieux conducteurs parfaits. Leur valeur de conductivité électrique choisie est de  $\sigma = 1\text{E}3 \text{ (S/m)}$ . Comme précisé précédemment, la valeur du courant d'injection est dictée par le choix d'une valeur de différence de



potentiel  $V_{P_1P_2}$  que l'utilisateur souhaite obtenir ; les valeurs de tension et de courant d'injection s'établissant automatiquement. En accord avec une loi d'Ohm linéaire, la valeur de résistance est indépendante du potentiel ou du courant injecté. C'est pour cette raison que le modèle 'injecte' un courant d'intensité 1A, Figure III. 26.

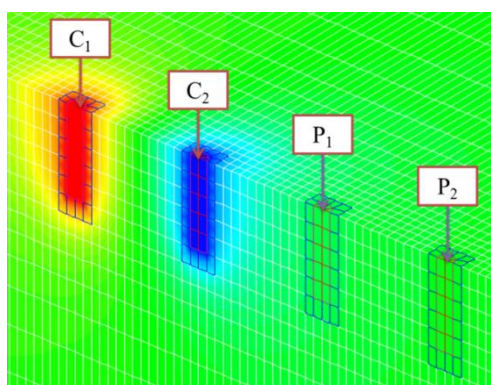


Figure III. 26 : Injection numérique de courant

## 2.2. Applications

### 2.2.1. Modèle de diffusion hydrique 1D

Dans le cas d'un processus de diffusion 1D, la teneur en eau évolue selon la direction longitudinale ; la résistivité dans la direction transversale étant considérée constante. Comme la résistivité évolue exponentiellement selon la teneur en eau, nous prenons un exemple d'un profil exponentiel de résistivité correspondant à un profil linéaire de la teneur en eau, Tableau III. 3.

Tableau III. 3 : Champ de résistivité implémenté dans le modèle direct

	Position (cm)	Résistivité ( $\Omega m$ )
$x_1$	1.60	1.00E+06
$x_2$	4.80	5.99E+05
$x_3$	8.00	3.59E+05
$x_4$	11.20	2.15E+05
$x_5$	14.40	1.29E+05
$x_6$	17.60	7.74E+04
$x_7$	20.80	4.64E+04
$x_8$	24.00	2.78E+04
$x_9$	27.20	1.67E+04
$x_{10}$	30.40	1.00E+04

Pour implémenter un champ de résistivité dans l'échantillon, la première étape consiste en la construction d'un maillage grossier où l'échantillon est divisé en tranches ; chaque tranche portant une valeur de résistivité homogène, Figure III. 27.

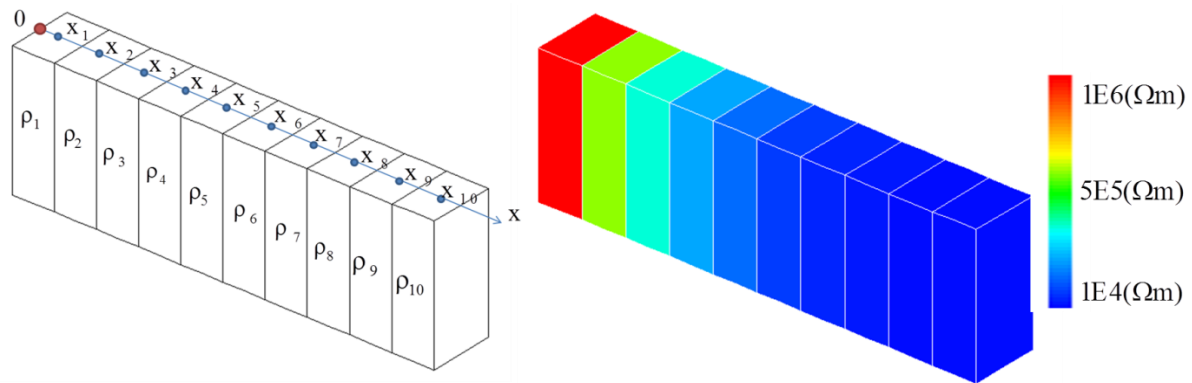


Figure III. 27 : Champ de résistivité sur échantillon de dimensions 320 x 95 x 95 mm<sup>3</sup>

La deuxième étape consiste à projeter le champ de résistivité du maillage grossier vers un maillage détaillé intégrant les électrodes. Ce champ de résistivité est représenté en Figure III.27.

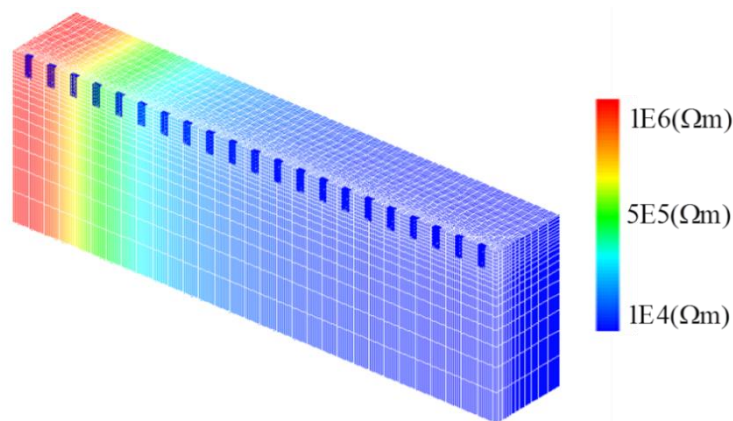


Figure III. 28 : Champ de résistivité projeté

La dernière étape concerne la résolution du modèle direct à proprement parler. Trois types de quadripôles, représentés dans le

Tableau III. 1, sont choisis pour modéliser l'injection de courant en résolution directe. Pour chaque sens de mesures, il y a 51 quadripôles représentant au total 102 quadripôles liés à 102 points de mesures.

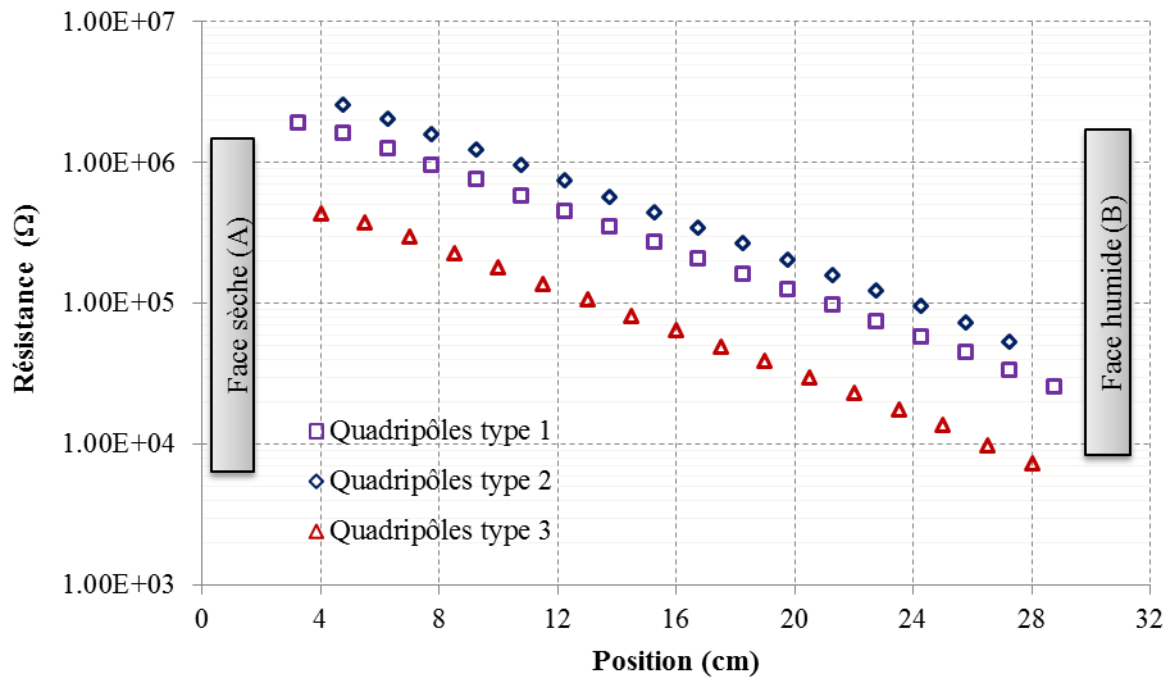


Figure III. 29 : Résultat des résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  du modèle direct (cas 1D)

La Figure III. 29 présente les données calculées selon les trois types de quadripôles utilisés. Les valeurs de résistance évoluent exponentiellement de la face A à la face B selon la position de mesure. Cela montre une proportionnalité entre la résistivité et les résistances calculées.

### 2.2.2. Modèle de diffusion hydrique 2D

Le but des mesures de résistivité est la détermination de la répartition de la résistivité dans une section transversale de l'échantillon. L'hypothèse de résistivité constante, selon la direction longitudinale, est alors proposée. Comme la résistivité évolue exponentiellement selon la teneur en eau, nous prenons l'exemple d'un profil de résistivité exponentiel. Nous choisissons ici un gradient de résistivité selon la direction tangentielle en discrétisant l'échantillon en 5x5 éléments ; chaque élément portant une valeur de résistivité homogène indiquée dans la Figure III. 30.

1.00E+04	2.50E+04	1.00E+05	2.00E+05	1.00E+06
1.00E+04	2.50E+04	1.00E+05	2.00E+05	1.00E+06
1.00E+04	2.50E+04	1.00E+05	2.00E+05	1.00E+06
1.00E+04	2.50E+04	1.00E+05	2.00E+05	1.00E+06
1.00E+04	2.50E+04	1.00E+05	2.00E+05	1.00E+06

Figure III. 30 : Champ de résistivité implémenté dans le modèle direct ( $\Omega\text{m}$ )

Comme précédemment, le champ de résistivité est défini sur un maillage grossier ; chaque maille ayant une résistivité homogène, Figure III. 31.

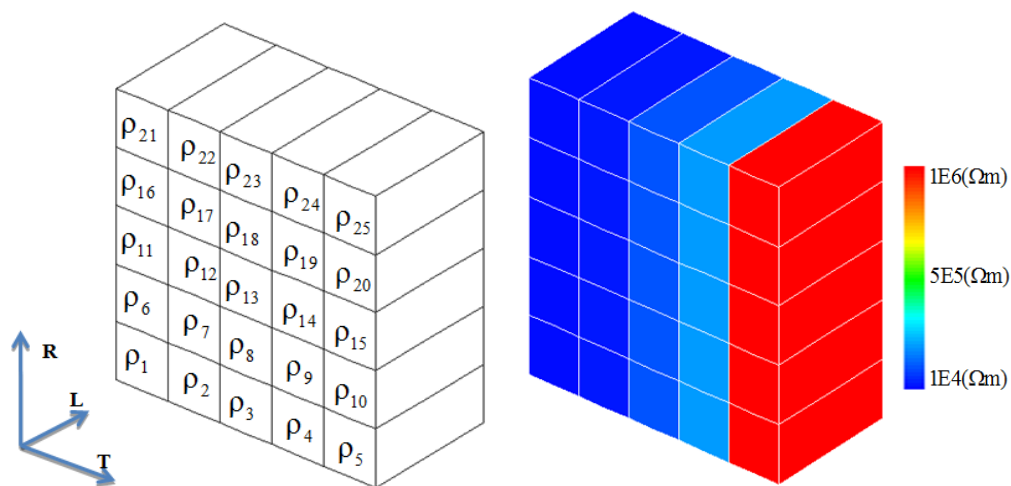


Figure III. 31 : Champ de résistivité sur échantillon de dimension  $95 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$

La deuxième étape correspond à la projection du champ de résistivité du maillage grossier sur le maillage fin, Figure III. 32.

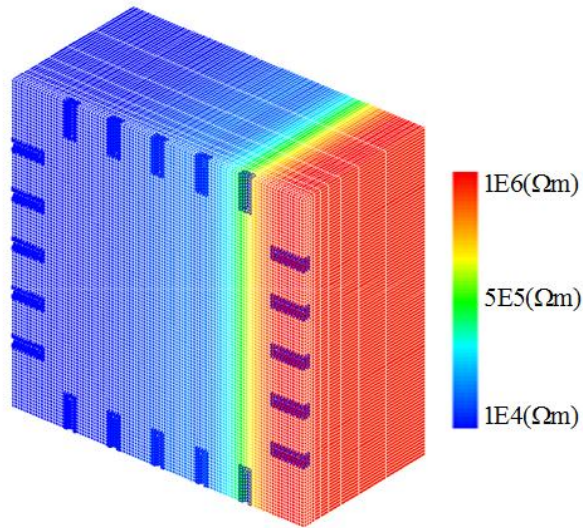


Figure III. 32 : Champ de résistivité projeté

Enfin, la résolution du modèle direct, utilisant les deux multiplexages 1 et 2 de la Figure III. 21, mobilise 319 points de mesures simulés par multiplexage. Le Tableau II. 5 représente les données de résistances calculées numériquement à partir de quadripôles type 1.

Tableau III. 4 : Résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  de quadripôles type 1

$C_1$	$C_2$	$P_1$	$P_2$	$\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$
1	2	3	4	9.58E+04
2	3	4	5	2.74E+05
3	4	5	6	8.12E+05
4	5	6	7	6.75E+05
5	6	7	8	3.02E+06
10	11	12	13	8.10E+05
11	12	13	14	2.74E+05
12	13	14	15	9.58E+04
13	14	15	16	4.01E+04
14	15	16	17	2.59E+04
15	16	17	18	2.28E+04
20	1	2	3	4.01E+04

En conclusion, que ce soit pour les approches 1D et 2D, le modèle direct, implémenté dans Castem, a la capacité de simuler numériquement la mesure électrique de résistance

intégrant les boucles de multiplexage. Le développement du protocole expérimental associé au développement de cette simulation numérique nous permet, à présent, d'envisager le croisement des deux approches à travers l'algorithme d'inversion présenté dans la suite.

### 3. Méthode inverse

La résolution inverse du problème direct est menée pour déduire les propriétés de résistivité du milieu étudié, et ce, en minimisant les écarts entre données mesurées et calculées en termes de résistances. Ce processus fait appel à un algorithme d'optimisation.

Nous présentons, en premier lieu, les détails de la stratégie numérique d'inversion. La validation numérique du modèle inverse est effectuée, en second lieu, en utilisant les exemples du modèle direct et en les traitant comme s'il s'agissait de données expérimentales. Enfin, la dernière partie se consacre à la présentation de l'application du modèle inverse pour déterminer la résistivité dans les échantillons à partir des mesures expérimentales par la méthode d'imagerie électrique.

#### 3.1. Détails de la stratégie numérique d'inversion

Comme présenté précédemment, le logiciel Res2Dinv ne peut pas s'utiliser dans le cas de notre protocole expérimental. Nous présentons donc le développement d'une méthode d'inversion implémentée dans Castem afin de modéliser et d'estimer le champ de résistivité réel dans les échantillons de dimensions finies étudiés.

Les inconnues à identifier sont des résistivités ou conductivités électriques. Supposons que le milieu investigué puisse être discrétisé par une grille dans laquelle la conductivité électrique  $m_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) est constante dans chaque cellule. Le milieu discrétisé en  $M$  blocs est représenté par un vecteur dont les composantes sont les conductivités électriques

$m = (m_1, m_2, \dots, m_M)$ . Le champ de résistivité estimé est donc  $m_{\text{résistivité}} = \left( \frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}, \dots, \frac{1}{m_M} \right)$ .

Les résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées peuvent être représentées sous la forme d'un vecteur  $d = (d_1, d_2, \dots, d_N)$  qu'on appelle vecteur de données. Ici, les  $N$  valeurs du vecteur de données sont les résistances mesurées.  $N$  représente alors le nombre de mesures dicté par le multiplexage. Le problème direct est défini comme une fonction  $f = f(m)$  dont le résultat est exprimé sous la forme d'un vecteur composé des résistances calculées par le modèle direct.

En réalité, la résolution d'un problème inverse est l'optimisation des paramètres du modèle afin de minimiser l'écart entre les données mesurées  $d$  et les données calculées  $f(m)$ . Cet écart se traduit par la fonction objectif suivante :

$$F = (\Delta d - J \Delta m)^T \cdot (\Delta d - J \Delta m) \quad (\text{III.3})$$

La convergence de l'inversion résulte de la correction du modèle de départ  $m_0$  par une perturbation  $\Delta m$  suite à l'inversion du problème.  $\Delta d$  représente l'écart entre les données mesurées et les données calculées :

$$\Delta d = d - f(m_0) \quad (\text{III.4})$$

La matrice  $J$  est la matrice de sensibilité de taille  $N \times M$  calculée selon l'expression (I. 39). Ses coefficients représentent la sensibilité de la mesure  $\Delta m_j$  en un point à une variation des paramètres du modèle (Marescot 2004b). Dans notre travail, la matrice jacobienne est calculée par approximation de la dérivée :

$$J_{i,j} = \frac{f_i(m_j + \Delta m_j) - f_i(m_j)}{\Delta m_j} \quad (\text{III.5})$$

Le modèle d'inversion repose sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt, dont l'expression (I. 51) est rappelée ci-dessous :

$$\Delta m = (J^T J + \lambda W_m)^{-1} J^T \Delta d \quad (\text{III.6})$$

La matrice  $W_m$  de dimension  $(M \times M)$  est celle identité. Cet algorithme intègre un facteur d'amortissement qui permet d'obtenir une convergence vers une solution réaliste. Ce facteur  $\lambda$  peut être utilisé soit de manière statique (dans ce cas, il est choisi avant inversion et ne varie plus durant le processus itératif) soit de manière dynamique. Nous optons pour une utilisation dynamique. La première itération est effectuée avec une valeur de  $\lambda$  suffisamment grande au regard des termes de la matrice jacobienne très élevés. Pour les itérations ultérieures, la perturbation additive  $\Delta m$  est calculée en y intégrant soit une diminution  $\alpha^*$  du facteur  $\lambda$  (dans le cas où la fonction objectif diminue : convergence) soit une augmentation  $\beta^*$  du facteur  $\lambda$  dans le cas contraire. L'inversion des matrices s'effectue directement en utilisant une factorisation de Gauss à pivots partiels. Le critère d'arrêt se base sur la variation des paramètres entre deux itérations successives (selon l'équation II.15) telle que :

$$\left| \frac{m_{i+1} - m_i}{m_i} \right| \leq f_m, f_m : \text{critère d'arrêt} \quad (\text{III.7})$$

Les facteurs représentés dans le Tableau III. 5 sont choisis grâce à quelques tests synthétiques.

Tableau III. 5 : Facteurs choisis par tests synthétiques

$\lambda$ initial	1E16
Facteur de diminution $\alpha^*$	0.2
Facteur d'augmentation $\beta^*$	10
Critère d'arrêt $f_m$	1E-3

### 3.2. Validation numérique

La validation de l'algorithme d'inversion s'effectue en utilisant des données résolues par le modèle direct, injectées dans le modèle inverse comme des données mesurées. La connaissance du champ de résistivité vraie permet de valider le modèle. Les exemples, présentés dans la partie 2.2.1 et 2.2.2, sont utilisés pour effectuer ce test.



### 3.2.1. Modèle 1D

Dans le cas de la mesure électrique unidirectionnelle, nous utilisons l'exemple présenté dans la partie 2.2.1 pour valider le modèle inverse, Figure III. 28. Ce champ de résistivité connu est un gradient de résistivité qui évolue exponentiellement de  $1E4$  à  $1E6 \Omega m$  de la face A à la face B de l'échantillon. Pour la validation numérique, nous choisissons les données de multiplexage dans le sens  $A \rightarrow B$ . Nous avons donc 51 valeurs de résistance (Figure III. 29) considérées comme des données mesurées. Pour tester le modèle inverse, un point de départ suffisamment loin du champ de résistivité réel est choisi, et ce, de façon homogène  $\rho = 1E7 \Omega m$ . Comme présenté auparavant, l'échantillon est discrétisé en tranches ; chaque tranche portant une valeur de résistivité à identifier.

Le premier test est effectué avec une discrétisation en 20 tranches d'égale épaisseur (1.6 cm), Figure III. 33.

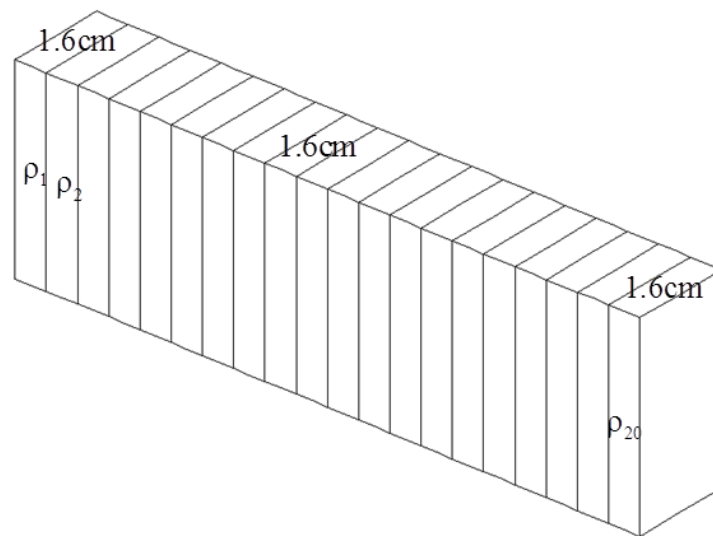


Figure III. 33 : Maillage de l'échantillon discrétisé en 20 tranches d'épaisseurs égales

Le temps de calcul, nécessaire pour chaque itération, est d'environ 30 minutes. La procédure d'inversion s'arrête après 18 itérations. Les résultats sont présentés dans le Tableau III. 7. En partie courante, l'inversion donne des résultats encourageants. Cependant, près des bords de l'échantillon, là où les lignes de courant sont limitées, l'algorithme manque d'efficacité.

Tableau III. 6 : Identification par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs égales

Tranche	Position (cm)	Résistivité vraie ( $\Omega m$ )	Résistivité identifiée ( $\Omega m$ )	Ecart (%)
1	0.8	1.14E+06	1.19E+06	5.01%
2	2.4	8.80E+05	9.77E+05	11.05%
3	4.0	6.81E+05	7.64E+05	12.09%
4	5.6	5.27E+05	5.91E+05	12.08%
5	7.2	4.08E+05	4.46E+05	9.19%
6	8.8	3.16E+05	3.36E+05	6.40%
7	10.4	2.45E+05	2.59E+05	5.80%
8	12.0	1.90E+05	1.96E+05	3.22%
9	13.6	1.47E+05	1.50E+05	2.24%
10	15.2	1.14E+05	1.13E+05	0.27%
11	16.8	8.80E+04	8.71E+04	1.06%
12	18.4	6.81E+04	6.57E+04	3.57%
13	20.0	5.27E+04	5.04E+04	4.40%
14	21.6	4.08E+04	3.81E+04	6.78%
15	23.2	3.16E+04	2.94E+04	7.18%
16	24.8	2.45E+04	2.20E+04	10.10%
17	26.4	1.90E+04	1.70E+04	10.51%
18	28.0	1.47E+04	1.27E+04	13.30%
19	29.6	1.14E+04	1.02E+04	10.19%
20	31.2	8.80E+03	1.19E+04	35.59%

En comparant les écarts entre les résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  'mesurées' et trouvées après

inversion, les effets de bord sont également visibles, Figure III. 34. Finalement, la densité du maillage doit être compatible avec la richesse des informations moins abondantes au bord que dans la zone plus centrale.

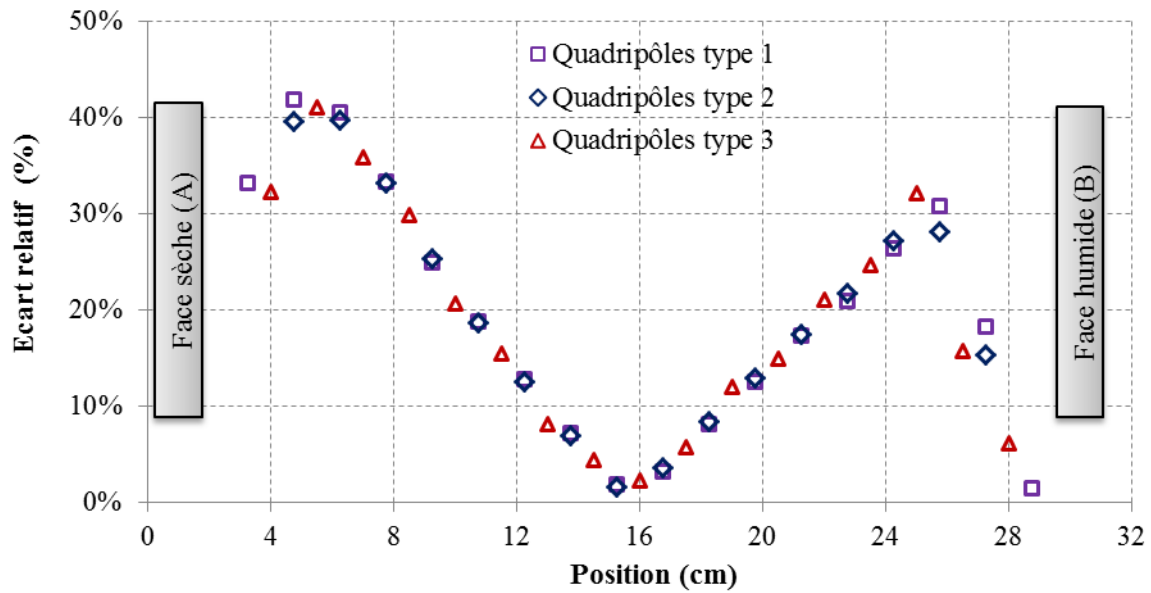


Figure III. 34 : Ecart entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  ‘mesurées’ et estimées par la discrétisation en 20 tranches d’épaisseurs égales

Dans ces conditions, un second test est basé sur une déconcentration des zones en bordure d’échantillon. Ainsi, si dans le premier test, les tranches ont une largeur constante de 1.6 cm, le second test concentre les tranches en zone courante au détriment des bords, et ce, en accord avec le schéma de la Figure III. 35. L’épaisseur des deux tranches en bordure est fixée à 4 cm tandis que la partie courante est discrétisée en 18 tranches d’égale épaisseur de 1.33 cm.

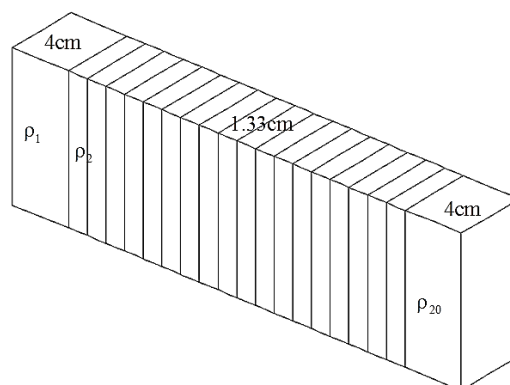


Figure III. 35 : Maillage de l’échantillon discrétisé en 20 tranches d’épaisseurs inégales

La procédure d'inversion s'arrête après 15 itérations. Le champ de résistivité simulé se superpose bien avec celui de résistivité 'vraie' avec des écarts assez faibles (Tableau III. 7).

Tableau III. 7 : Identification par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs inégales

Tranche	Position (cm)	Résistivité 'vraie' ( $\Omega m$ )	Résistivité simulée ( $\Omega m$ )	Ecart (%)
1	2.00	9.38E+05	9.47E+05	1.00%
2	4.67	6.12E+05	6.87E+05	12.12%
3	6.00	4.95E+05	5.26E+05	6.30%
4	7.33	4.00E+05	4.35E+05	8.92%
5	8.67	3.23E+05	3.52E+05	8.90%
6	10.00	2.61E+05	2.74E+05	4.84%
7	11.33	2.11E+05	2.20E+05	4.12%
8	12.67	1.70E+05	1.73E+05	1.66%
9	14.00	1.38E+05	1.41E+05	2.76%
10	15.33	1.11E+05	1.11E+05	0.13%
11	16.67	8.99E+04	8.80E+04	2.10%
12	18.00	7.26E+04	7.00E+04	3.59%
13	19.33	5.87E+04	5.68E+04	3.17%
14	20.67	4.74E+04	4.45E+04	6.22%
15	22.00	3.83E+04	3.58E+04	6.47%
16	23.33	3.10E+04	2.85E+04	8.05%
17	24.67	2.50E+04	2.24E+04	10.30%
18	26.00	2.02E+04	1.83E+04	9.68%
19	27.33	1.63E+04	1.44E+04	11.99%
20	30.00	1.07E+04	1.05E+04	1.67%

Dans ce cas, les écarts entre les résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  'mesurées' et trouvées sont

faibles, Figure III. 36. Cela permet, non seulement, d'obtenir un champ de résistivité plus réaliste mais également de réduire le temps d'inversion.

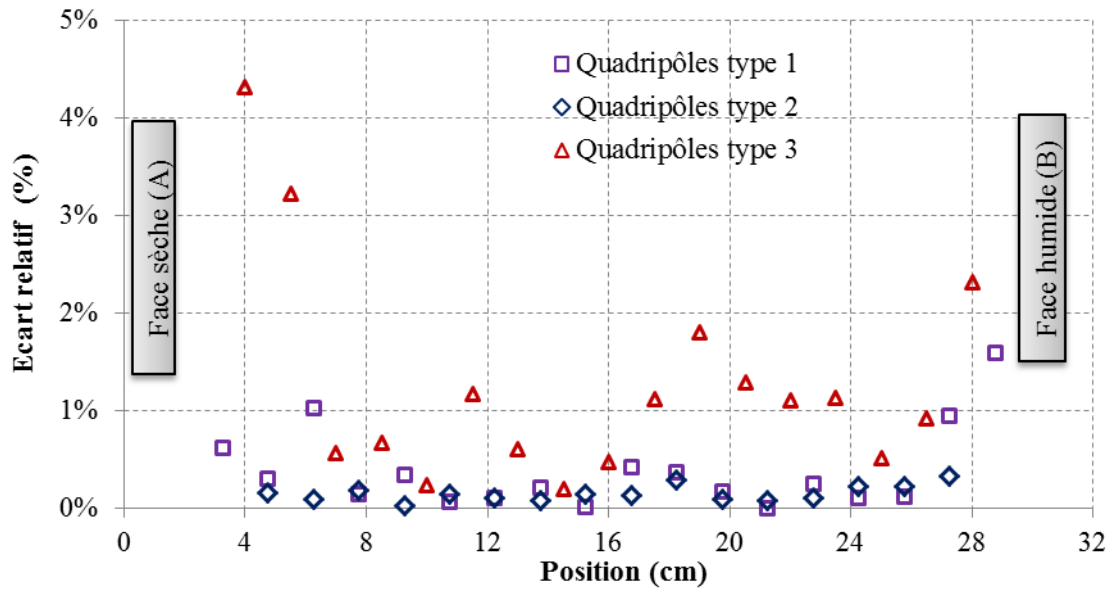


Figure III. 36 : Ecart entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  'mesurées' et estimées par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs inégales

Nous proposons d'aller plus loin dans cette démarche. Le troisième test est effectué avec une discrétisation en 10 tranches. L'épaisseur des deux tranches aux bords est choisie à 4cm tandis que la partie courante est discrétisée en 8 tranches d'égale épaisseur de 3cm, Figure III. 37.

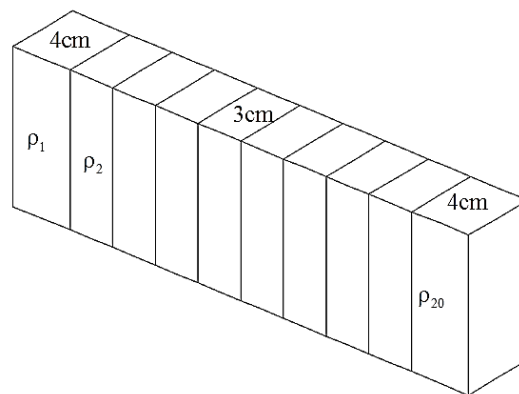


Figure III. 37 : Maillage de l'échantillon discrétisé en 10 tranches d'épaisseur inégales

Le temps nécessaire pour chaque itération est inférieur à 15 minutes. La procédure d'inversion s'arrête après 13 itérations. Le champ de résistivité simulé se superpose correctement au champ vrai de référence, Tableau III. 8.

Tableau III. 8 : Identification par la discrétisation en 10 tranches d'épaisseurs inégales

Tranche	Position (cm)	Résistivité vraie ( $\Omega m$ )	Résistivité simulée ( $\Omega m$ )	Ecart (%)
1	2.00	9.38E+05	9.96E+05	5.83%
2	5.50	5.36E+05	5.99E+05	10.57%
3	8.50	3.32E+05	3.59E+05	7.62%
4	11.50	2.05E+05	2.16E+05	4.72%
5	14.50	1.27E+05	1.29E+05	1.69%
6	17.50	7.87E+04	7.74E+04	1.63%
7	20.50	4.87E+04	4.65E+04	4.72%
8	23.50	3.01E+04	2.79E+04	7.99%
9	26.50	1.87E+04	1.67E+04	11.92%
10	30.00	1.07E+04	1.00E+04	6.51%

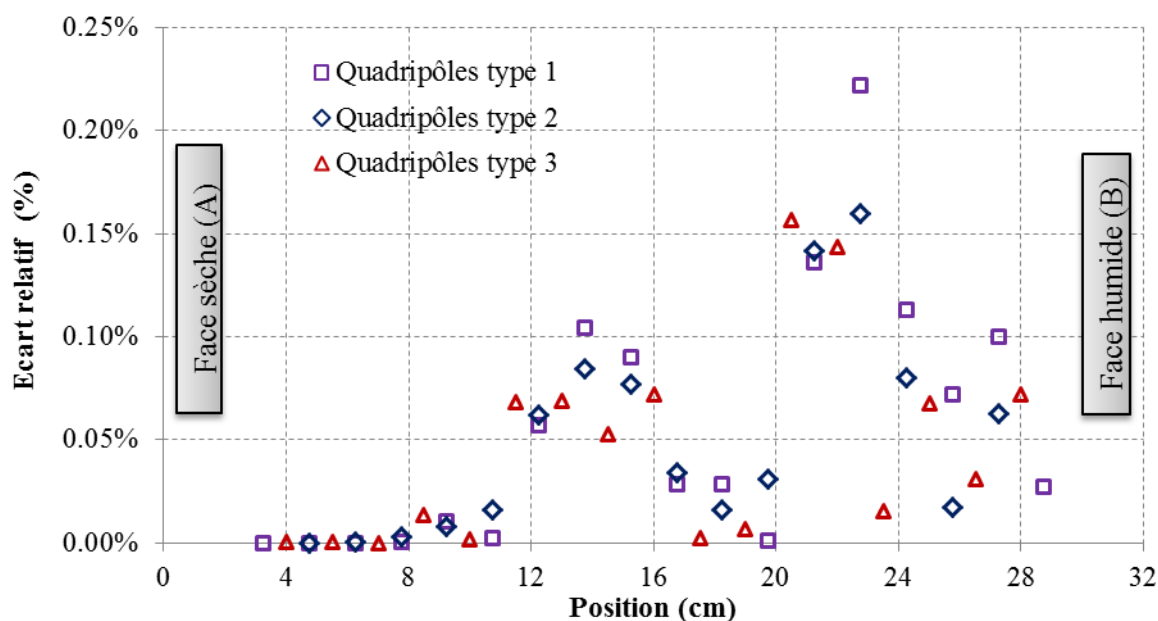


Figure III. 38 : Ecart entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  'mesurées' et estimées en 10 tranches d'épaisseurs inégales

La Figure III. 38 met en évidence l'écart faible entre résistances calculées et mesurées. Les champs de résistivité, identifiés par les deux discrétisations en 10 tranches et 20 tranches, sont similaires. Par contre, la discrétisation en 20 tranches nécessite un temps de résolution beaucoup plus long. Nous choisissons donc une discrétisation en 10 tranches pour le traitement des données expérimentales présenté dans la suite de ce mémoire.

### 3.2.2. Modèle 2D

Dans le cas de la mesure électrique 2D, nous utilisons l'exemple présenté dans la partie 2.2.2 pour valider l'algorithme d'inversion. Le champ de résistivité supposé connu est un gradient de résistivité qui évolue exponentiellement de  $1E4$  à  $1E6 \Omega m$  selon la direction tangentielle de l'échantillon.

Les valeurs numériques de résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$ , présentées dans la partie 2.2.2, sont utilisées en tant que données 'mesurées'. Comme précédemment, nous optons pour une solution de départ suffisamment loin de la solution en termes de résistivité. Nous choisissons ici un champ de résistivité homogène  $\rho = 1E7 \Omega m$ .

L'échantillon est discrétisé en  $5 \times 5$  blocs ; chaque bloc portant une valeur de résistivité considérée comme une inconnue à identifier, Figure III. 39.

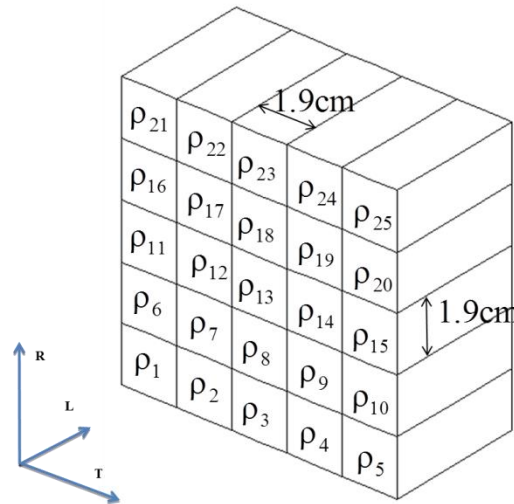


Figure III. 39 : Maillage de l'échantillon discrétisé en  $5 \times 5$  blocs

Le temps nécessaire à chaque itération est de 55 minutes avec un arrêt de l'inversion à la douzième itération. Le résultat estimé est représenté dans la Figure III. 40 avec une quasi parfaite superposition avec une erreur moyenne de 2% en comparaison avec les valeurs 'mesurées', Figure III.41.

9.94E+03	2.49E+04	1.01E+05	2.00E+05	9.99E+05
9.98E+03	2.60E+04	9.41E+04	2.03E+05	9.97E+05
9.96E+03	2.56E+04	9.71E+04	2.04E+05	1.00E+06
1.00E+04	2.47E+04	1.05E+05	1.97E+05	1.00E+06
1.00E+04	2.50E+04	9.96E+04	2.00E+05	1.00E+06

Figure III. 40 : Identification 2D ( $\Omega m$ )

0.64%	0.50%	0.80%	0.13%	0.10%
0.24%	4.09%	5.91%	1.50%	0.26%
0.40%	2.42%	2.92%	1.79%	0.26%
0.28%	1.14%	4.71%	1.38%	0.00%
0.28%	0.05%	0.43%	0.17%	0.13%

Figure III. 41 : Ecart entre les valeurs de résistivité estimées et réelles



Selon la Figure III. 42, l'écart entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  'mesurées' et estimées est inférieur à 0.5% en moyenne.

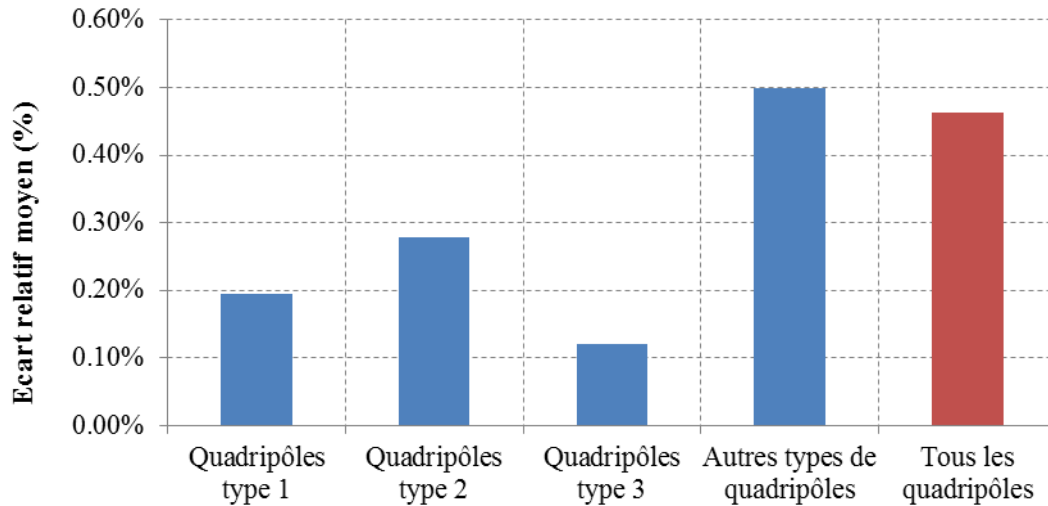


Figure III. 42 : Ecart entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  'mesurées' et estimées

Ces exemples en 1D et 2D montrent que l'algorithme d'inversion, couplant mesures expérimentales et modélisées, donne des résultats encourageants. Cependant, cette phase de validation nécessaire, reposant sur données expérimentales 'simulées', demande à être complétée par une mise en situation réelle. Cela fait l'objet du paragraphe à suivre.

### 3.3. Applications du modèle inverse pour déterminer la résistivité dans les échantillons bois

La validation numérique du modèle inverse, présentée dans la partie ci-dessus, permet de l'utiliser pour identifier le champ de résistivité à partir des mesures expérimentales. Nous présentons ici ces applications pour les échantillons de bois présentés dans la partie 1 ci-dessus. Indépendamment de l'algorithme d'inversion, les résultats à suivre dépendent directement de la capacité du résistivimètre à faire des mesures sur de longues lignes de courant dans un milieu 'sec'.

### 3.3.1. Modèle 1D

#### 3.3.1.1. Traitement des données expérimentales

Dans un premier temps, un premier tri est réalisé afin d'éliminer des mesures de potentiel aberrantes (ligne de courant trop longue, résistivité trop importante).

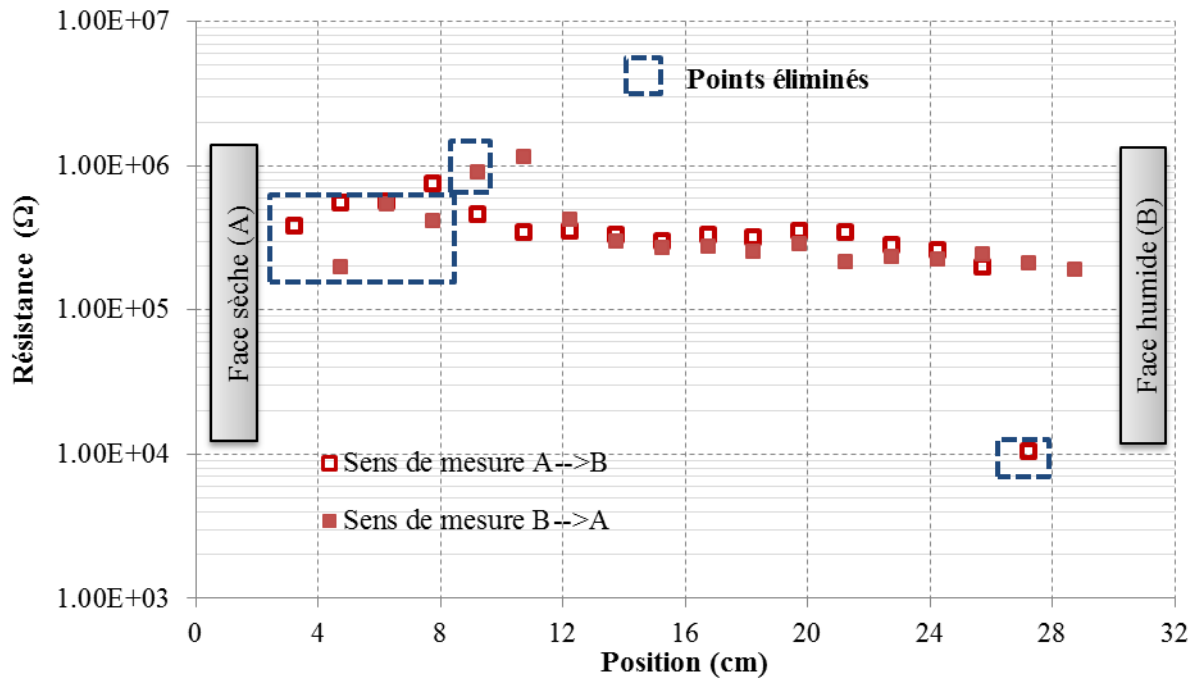


Figure III. 43 : Données expérimentales  $\left( \left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega) \right)$  au 217<sup>ème</sup> jour (quadripôle de type 1)

Par ailleurs, les données expérimentales obtenues par les deux chemins de multiplexage (deux sens de mesure), ne sont pas toujours identiques, contrairement au calcul numérique, Figure III. 29. Les points sélectionnés seront, par exemple, éliminés avant inversion. Ainsi, l'ensemble des données expérimentales (deux chemins confondus) alimente l'algorithme d'inversion. Dans cet exemple, 75 données expérimentales sont introduites dans l'algorithme d'inversion, Figure III. 43.

### 3.3.1.2. Résultats d'identification

L'échantillon est discrétisé en 10 tranches. Le manque d'informations aux bords de l'échantillon oblige de discrétiser spécifiquement les deux tranches d'extrémité. L'épaisseur de la tranche au bord sec est de 10cm et celle au bord humide est de 4cm. Huit tranches en partie courante sont discrétisées d'une épaisseur égale à 2.25cm (Figure III. 44).

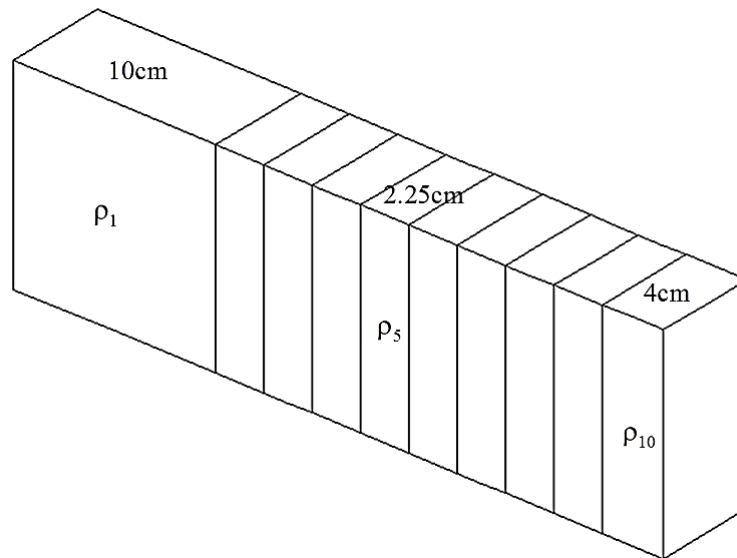


Figure III. 44 : Discrétisation de l'échantillon

Un champ de résistivité homogène ( $\rho = 1E7 \Omega m$ ) est choisi comme champ initial. Les résultats d'identification, par analyse inverse, sont représentés dans le Tableau III. 12 et en Figure III. 45.

Tableau III. 9 : Résultats d'identification en termes de résistivité ( $\Omega m$ )

	Position (cm)	217 jours	245 jours	287 jours	313 jours	352 jours	398 jours
$\rho_1$	5.00	3.13E+05	2.81E+05	1.98E+05	1.63E+05	1.23E+05	1.11E+05
$\rho_2$	11.13	2.28E+05	1.30E+05	1.18E+05	1.21E+05	9.00E+04	8.31E+04
$\rho_3$	13.38	1.29E+05	1.16E+05	9.63E+04	8.34E+04	8.08E+04	7.28E+04
$\rho_4$	15.63	1.24E+05	1.08E+05	1.01E+05	9.20E+04	7.61E+04	7.12E+04
$\rho_5$	17.88	1.30E+05	1.09E+05	8.94E+04	8.47E+04	7.41E+04	6.74E+04
$\rho_6$	20.13	1.20E+05	1.09E+05	8.81E+04	8.23E+04	7.18E+04	6.73E+04
$\rho_7$	22.38	1.11E+05	9.50E+04	8.58E+04	8.21E+04	7.01E+04	6.55E+04
$\rho_8$	24.63	9.28E+04	8.83E+04	7.66E+04	7.55E+04	7.01E+04	6.44E+04
$\rho_9$	26.88	8.95E+04	8.04E+04	7.60E+04	7.09E+04	6.61E+04	6.40E+04
$\rho_{10}$	30.00	7.85E+04	7.38E+04	5.95E+04	6.70E+04	6.32E+04	6.05E+04

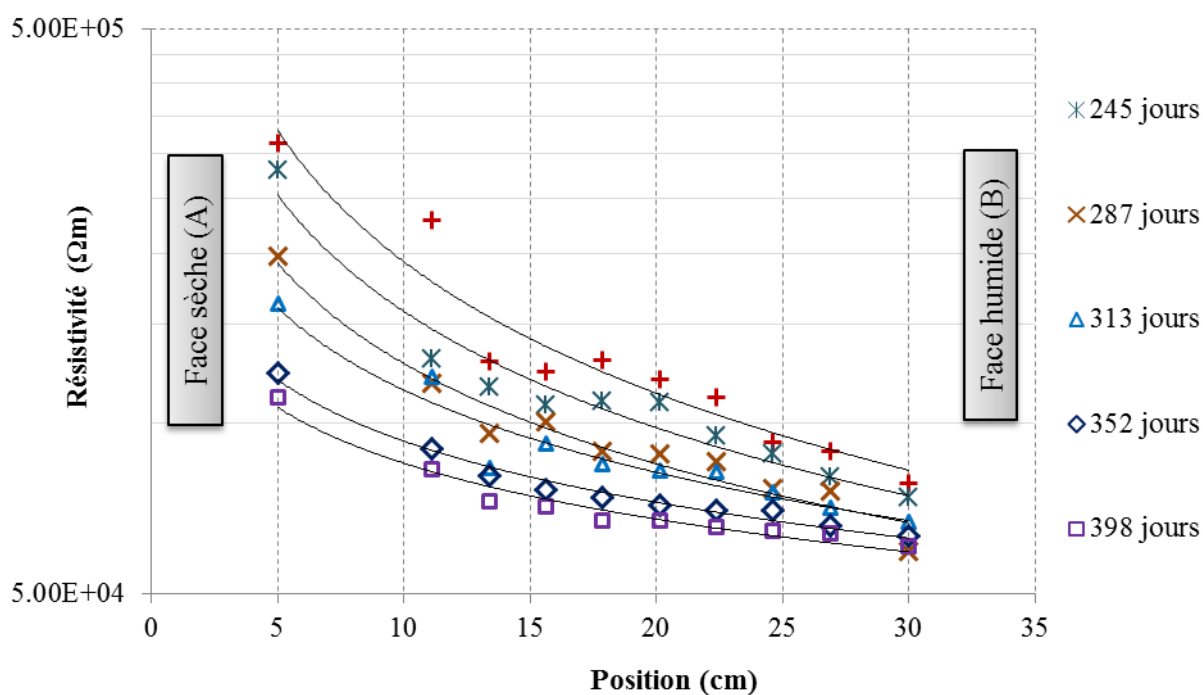


Figure III. 45 : Résistivité calculée

Rappelons que les mesures électriques sont effectuées pendant l'essai d'adsorption unidirectionnelle avec une augmentation de la teneur en eau. Un critère de convergence consiste à comparer les valeurs de résistance expérimentales et numériques.

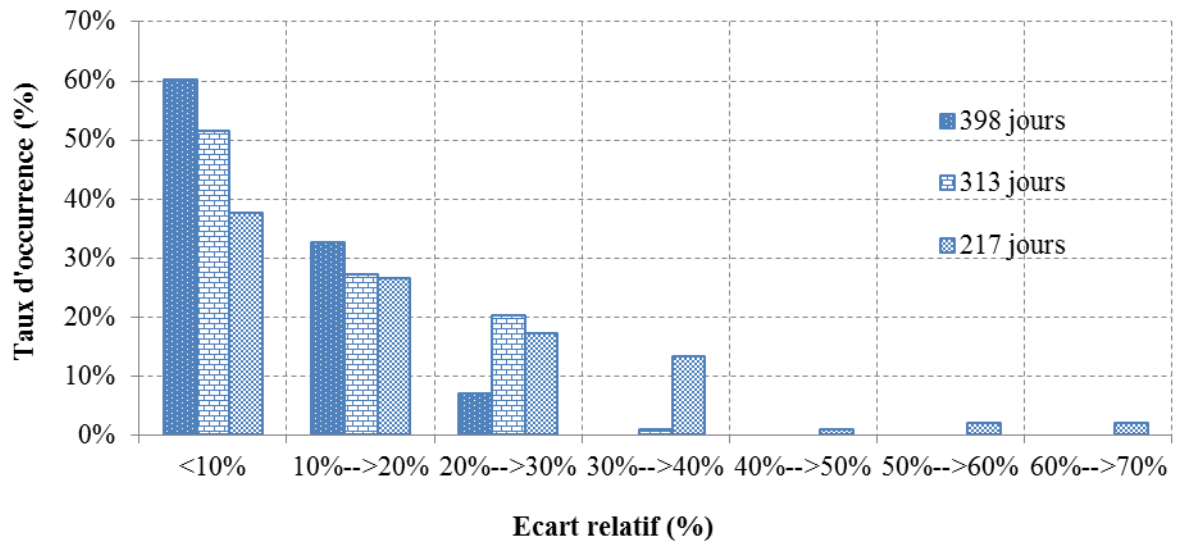


Figure III. 46 : Comparaisons entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées et calculées des 217<sup>ème</sup>, 313<sup>ème</sup> et 398<sup>ème</sup> jour

Lorsque la teneur en eau augmente, l'injection de courant électrique est de plus en plus aisée. Ainsi, l'algorithme d'inversion présente une meilleure estimation (Figure III. 46). C'est pour cette raison que l'erreur moyenne diminue également durant l'essai d'adsorption, Tableau III. 13.

Tableau III. 10 : Erreur moyenne entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées et calculées

	Teneur en eau moyenne (%)	Erreur moyenne (%)
217 jours	12.90	16.83
245 jours	13.07	14.50
287 jours	13.34	12.13
313 jours	13.50	10.78
352 jours	13.73	9.81
398 jours	13.98	8.53

Dans un domaine hydrique au-delà de 13%, le processus d'inversion, couplé à la mesure électrique multiplexée, permet d'obtenir des profils de résistivité de qualité. De façon qualitative, les résultats de la mesure doivent permettre d'obtenir des profils hydriques de qualité en comparaison à la mesure gammadensimétrique. Cependant, l'ensemble

expérimental mériterait à être amélioré, d'une part, en raccourcissant les chemins de courant et, d'autre part, en développant une tête de mesure pouvant atteindre des résistivités apparentes plus importantes.

### 3.3.2. Modèle 2D

#### 3.3.2.1. Traitement des données expérimentales

Rappelons que les mesures expérimentales de résistance sont effectuées sur l'échantillon 1 pré-conditionné jusqu'à l'état d'équilibre dans un dessiccateur à 86% d'humidité relative. Nous présentons ici les données mesurées des quadripôles de type 1 pour les deux multiplexages 1 et 2, Tableau III. 14.

Tableau III. 11 : Valeurs de résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées des deux multiplexages

$C_1$	$C_2$	$P_1$	$P_2$	Multiplexage 1 $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$	Multiplexage 2 $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$	Ecart
1	2	3	4	4.73E+05	4.64E+05	1.82%
2	3	4	5	5.53E+05	5.78E+05	4.29%
3	4	5	6	3.90E+05	3.86E+05	1.01%
4	5	6	7	4.12E+05	4.17E+05	1.15%
5	6	7	8	3.78E+05	3.81E+05	0.70%
6	7	8	9	3.37E+05	1.78E+04	1798.26%
7	8	9	10	5.01E+05		
8	9	10	11	2.99E+05		
9	10	11	12	3.36E+05		
10	11	12	13	3.18E+05		
11	12	13	14	3.80E+05	3.77E+05	0.69%
12	13	14	15	4.69E+05	4.65E+05	0.78%
13	14	15	16	4.33E+05	4.12E+05	5.19%
14	15	16	17	3.64E+05	3.52E+05	3.30%
15	16	17	18	5.12E+05	5.04E+05	1.54%
16	17	18	19	1.35E+04	3.56E+05	96.22%
17	18	19	20		5.58E+05	
19	20	1	2		3.74E+05	
20	1	2	3		3.21E+05	

En comparant les quadripôles communs des deux chemins, on constate que les quadripôles, contenant les électrodes 9 et 19, ne donnent pas des valeurs identiques, Tableau III. 14. Cela est le signe d'un problème d'injection au niveau de ces deux électrodes. 108 quadripôles constitués de ces électrodes sont donc éliminés de chaque multiplexage. Nous avons finalement 422 mesures exploitables intégrées dans l'algorithme d'identification.

### 3.3.2.2. Résultats d'identification

La première identification est effectuée avec une discrétisation de l'échantillon en 5x5 blocs correspondant à 25 inconnues à déterminer, Figure III. 39.

Comme dans le cas unidirectionnel, nous choisissons ici un champ de résistivité initial homogène de  $1E7 \Omega m$ . Cependant, l'algorithme présente des difficultés pour satisfaire le critère de convergence. Donc, sans atteindre cette convergence, les valeurs de résistivité identifiées des blocs sont représentées dans la Figure III. 47.

4.85E+04	1.29E+06	6.75E+03	9.53E+03	1.06E+04
6.65E+03	2.55E+03	3.85E+05	3.90E+04	6.40E+03
2.65E+04	4.00E+03	9.33E+02	2.00E+03	1.21E+04
1.71E+05	1.87E+03	1.81E+05	1.66E+03	2.19E+04
4.13E+04	9.23E+05	8.28E+03	2.47E+04	9.20E+03

Figure III. 47 : Résultat d'identification en termes de résistivité ( $\Omega m$ )

Les mesures électriques s'effectuant à un état hydrique proche d'un équilibre, nous attendons donc un champ de résistivité relativement homogène. Les résultats d'identification

mettent cependant en évidence une hétérogénéité. Le rapport entre la valeur maximale et minimal de résistivité relevé sur l'ensemble des blocs est de 1.38E3. De plus, l'écart moyen

entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées et calculées reste élevé, Figure III. 48. Parmi 422 données mesurées, seulement un tiers ont un écart inférieur à 40%.

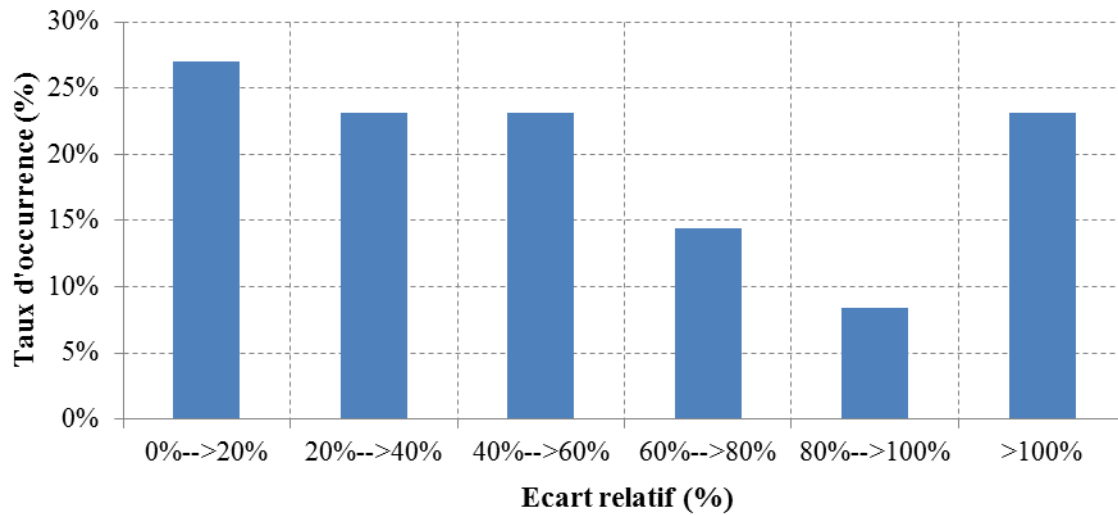


Figure III. 48 : Comparaisons entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées et calculées

Dans ce cas, l'approche inverse ne permet pas d'optimiser de façon satisfaisante le champ de résistivité dans l'échantillon. Nous proposons un second test en considérant une discrétisation plus large de 3x3 blocs, Figure III. 49.



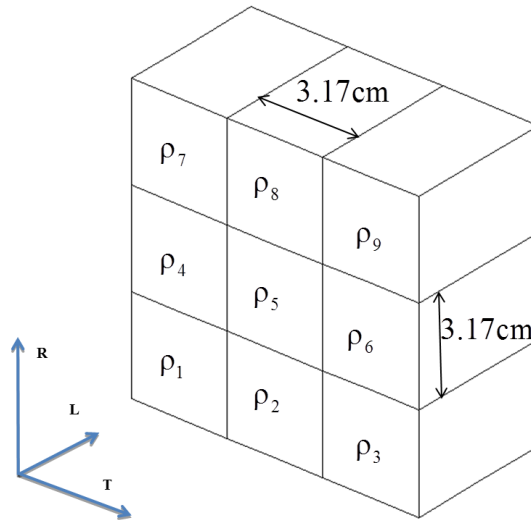


Figure III. 49 : Discrétisation en 3x3 blocs

Dans ces conditions, l'algorithme satisfait, de nouveau, le critère de convergence, et ce, après 14 itérations. Les résultats d'identification sont représentés en Figure III.50 avec un rapport entre la valeur maximale et minimale de résistivité qui décroît à 2.5.

4.10E+04	1.02E+05	7.50E+04
4.95E+04	4.65E+04	4.98E+04
8.70E+04	6.65E+04	4.65E+04

Figure III. 50 : Résultat d'identification en termes de résistivité ( $\Omega m$ )

Au final, l'algorithme permet ainsi de diminuer l'écart entre résistances mesurées et calculées, ce qui, pour une approche monitoring, demeure aujourd'hui partiellement satisfaisant, Figure III. 51.

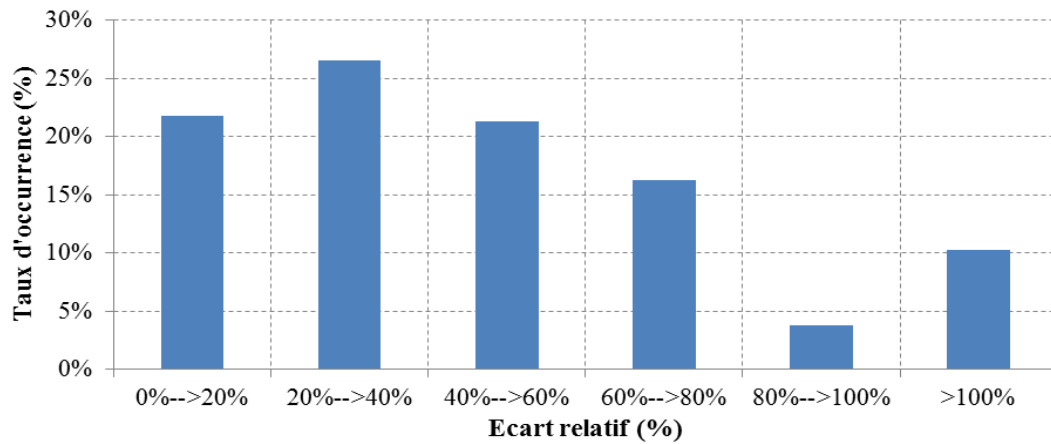


Figure III. 51 : Comparaisons entre résistances  $\left| \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right| (\Omega)$  mesurées et calculées

L'identification 2D de la résistivité demeure donc, au stade de ce travail, insuffisante. Cependant, la méthode, en elle-même, n'est pas à remettre en cause car elle montre un bon fonctionnement à l'échelle d'une simulation. Nous en déduisons aujourd'hui qu'une source de difficultés se concentre sur le matériel expérimental utilisé. Nous estimons les causes suivantes :

- La puissance du matériel utilisé ne permet pas de réaliser des mesures très profondes dans l'échantillon. Le compromis entre état hydrique moyen et longueur du chemin de courant est difficilement compatible avec la tête de mesure utilisée. Un matériel spécifique devra donc, à terme, être développé.
- Le nombre important de mesures non valides induit trop de 'trous' de données pour que l'inversion numérique converge avec une erreur acceptable.

En termes de perspectives, une étude de sensibilité doit être menée afin de progresser dans le compromis entre précision de la mesure, profondeur de la mesure et plage hydrique mesurée. Jouer sur une hétérogénéité des longueurs de sondes pour avoir des informations, à la fois, en surface et en profondeur tout en acceptant l'idée d'avoir une information plus fiable en surface car, dans la vie d'un ouvrage, le front hydrique est alimenté par la surface. Une seconde piste consiste à coupler, à la mesure physique, le modèle de diffusion permettant de combler les trous de mesure par une stratégie d'interpolation ou d'extrapolation numérique.

## 4. Paramètres de la loi de passage

Ce paragraphe se consacre à la détermination des paramètres de la loi de passage entre résistivité et teneur en eau dans le bois. Nous nous limiterons, pour des raisons de robustesse de la méthode d'indentification, à la configuration 1D.

Cette loi de passage, représentée par l'équation (I.58), souligne, qu'à température constante, la résistivité électrique dans le bois est liée à la teneur en eau par la relation suivante :

$$\ln(\rho) = E + F \cdot \ln(w)$$

E et F sont deux constantes 'matériau'. Par leur connaissance, la mesure de résistivité permet d'en déduire le champ d'humidité interne. L'objectif de ce paragraphe est donc de développer un modèle inverse conduisant à la détermination de ces paramètres.

### 4.1. Stratégie numérique d'inversion

Les constantes E et F constituant les paramètres du modèle, la relation entre les champs de résistivité et d'humidité interne peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \ln \rho_1 \\ \ln \rho_2 \\ \dots \\ \ln \rho_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \ln w_1 \\ 1 & \ln w_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & \ln w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Dans ces conditions, N représente le nombre de mesures temporelles et/ou spatiales. Soient d, la matrice des données mesurées de résistivité et m, le vecteur inconnu composé des deux paramètres à identifier tels que :

$$d = [\ln \rho_1, \ln \rho_2, \dots, \ln \rho_N]^T \text{ et } m = [E, F]^T$$

$$\text{L'équation (III.8) s'écrit : } d = J \cdot m \text{ avec } J = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \ln w_1 & \ln w_2 & \dots & \ln w_N \end{bmatrix}^T \quad (\text{III.9})$$

La solution du problème inverse est donnée en minimisant la fonction objectif  $F$  calculée, au sens des moindres carrés, comme étant la somme des carrés de l'erreur entre les données mesurées et les données calculées.

$$F = (d - Jm)^T (d - Jm) \quad (\text{III.10})$$

La minimisation de  $F$  dans le système (III.10) permet d'en déduire la solution estimée  $m^{\text{est}}$  suivante :

$$m^{\text{est}} = [J^T J]^{-1} J^T d \quad (\text{III.11})$$

L'algorithme de résolution est directement implémenté dans le code Castem.

#### 4.2. Identification de la loi de passage

Comme nous l'avons présenté ci-dessus, le croisement entre résistivité et teneur en eau permet d'identifier les paramètres de la loi de passage. Nous présentons les résultats issus de l'échantillon sur lequel on a appliqué l'algorithme d'inversion basé sur la mesure de résistivité électrique unidirectionnelle. Pour rappel, cet échantillon a été prélevé sur le même élément que celui utilisé pour la mesure gammadensimétrique. L'évolution de la teneur en eau de ces deux échantillons est quasi identique avec un écart maximal de 3.5%, Figure III. 52.

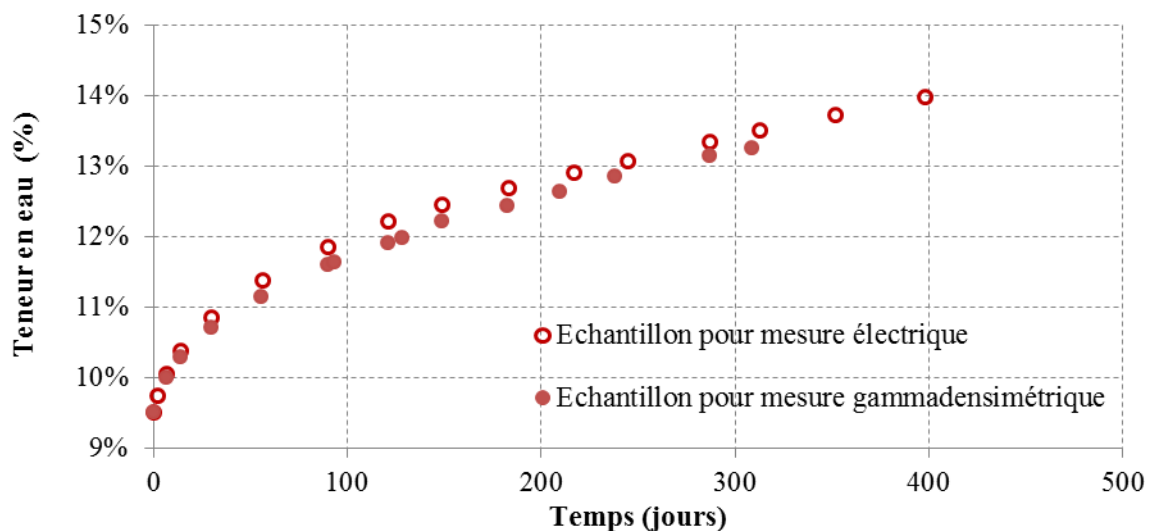


Figure III. 52 : Evolution de la teneur en eau moyenne pour les deux échantillons jumeaux étudiés

Nous proposons d'utiliser les paramètres de diffusion couplée présentés dans le tableau II.15 pour reproduire les profils spatiaux numériques de teneur en eau correspondant aux temps de mesures électriques, Figure III. 53.

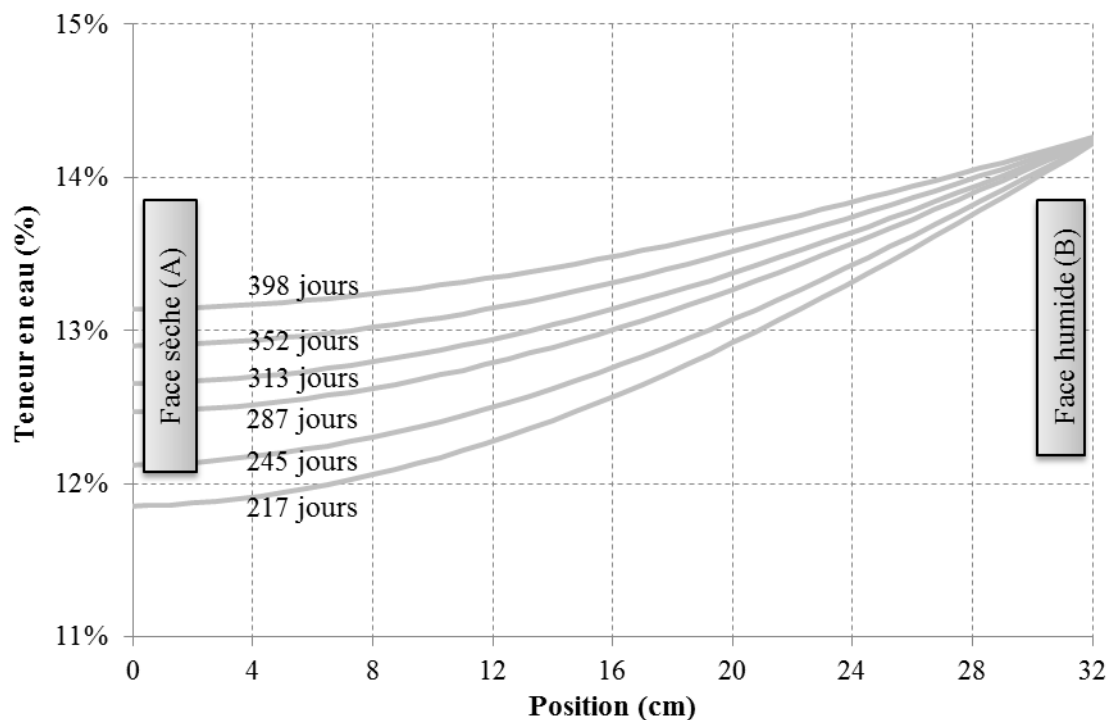


Figure III. 53 : Profils spatiaux numériques estimés de teneur en eau dans l'échantillon

L'identification des paramètres E et F est faite à partir des profils spatiaux de résistivité estimée, Figure III. 45, et les profils spatiaux numériques de teneur en eau, Figure III. 50.

Un premier test d'identification est effectué par résolution de l'équation (III. 11) en isolant chaque courbe temporelle. Ainsi, une résolution, employant des mesures 'spatiales', permet d'obtenir les résultats visualisés dans le Tableau III. 12

Tableau III. 12 : Identification des paramètres de la loi de passage

	217 jours	245 jours	287 jours	313 jours	352 jours	398 jours
E	-4.15	-3.06	-4.71	-2.98	-0.99	-1.99
F	-7.72	-7.16	-7.96	-7.11	-6.09	-6.59

Les profils de teneur en eau sont alors tracés à partir des données de résistivité via la loi de passage. Selon la Figure III. 54, les profils spatiaux à 398<sup>ème</sup> jour, issus de la mesure de résistivité et ceux issus d'une simulation numérique, présentent une bonne correspondance, (les autres profils sont présentés dans l'annexe A.3).

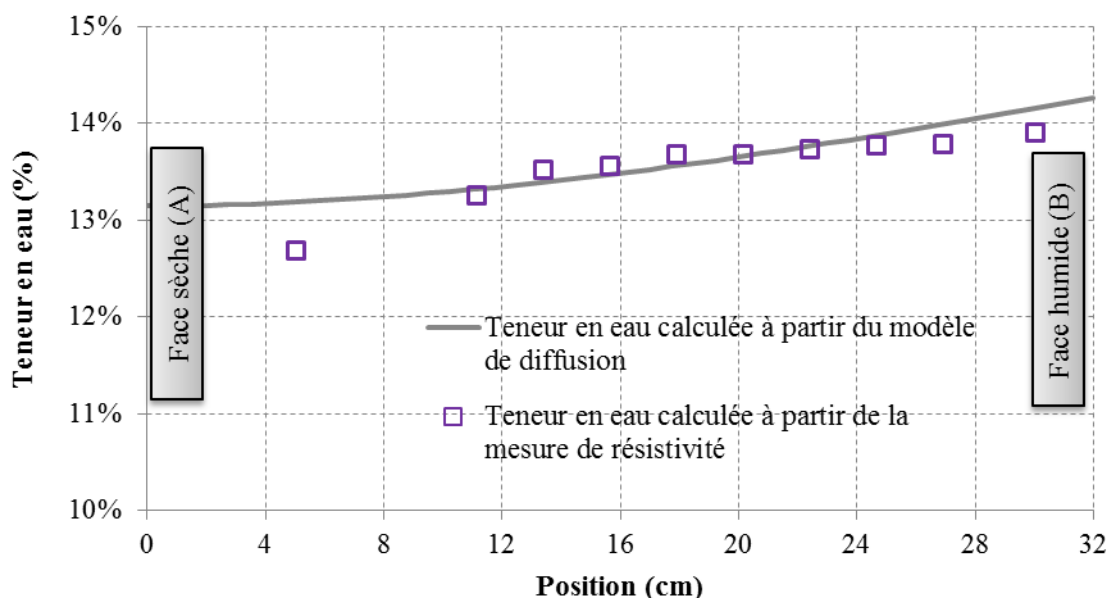


Figure III. 54 : Profils de la teneur en eau par mesure résistive et simulation au 398<sup>ème</sup> jour

Le deuxième test d'identification est effectué en exploitant l'ensemble des résultats temporels et spatiaux (identification globale). La résolution de l'équation (III. 11) permet d'obtenir les paramètres selon le Tableau III. 13.

Tableau III. 13 : Identification globale des paramètres de la loi de passage

E	-4.53
F	-7.87

Au regard de la Figure III. 55, l'identification globale permet d'obtenir des profils hydriques spatiaux en concordance avec les résultats de simulation. En comparaison avec les résultats issus des mesures gammadensimétriques, nous pouvons même remarquer une diminution globale du bruit expérimental, ce qui nous conforte à approfondir et à développer notre démarche scientifique, Figure III. 56.

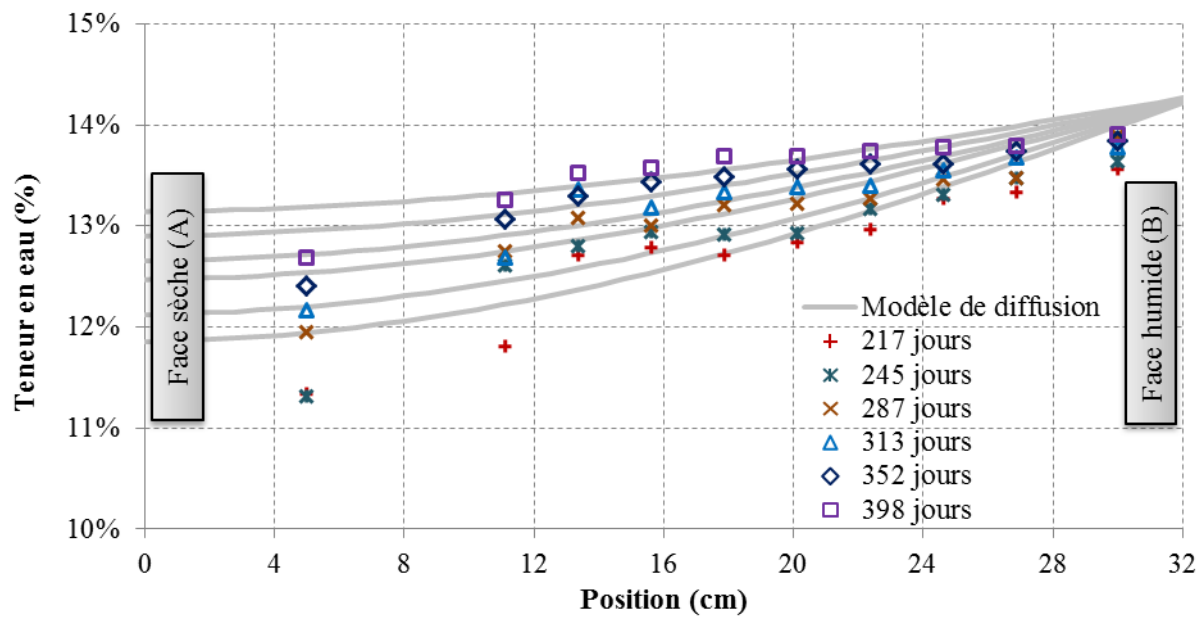


Figure III. 55 : Profils de la teneur en eau par méthode résistive et simulation

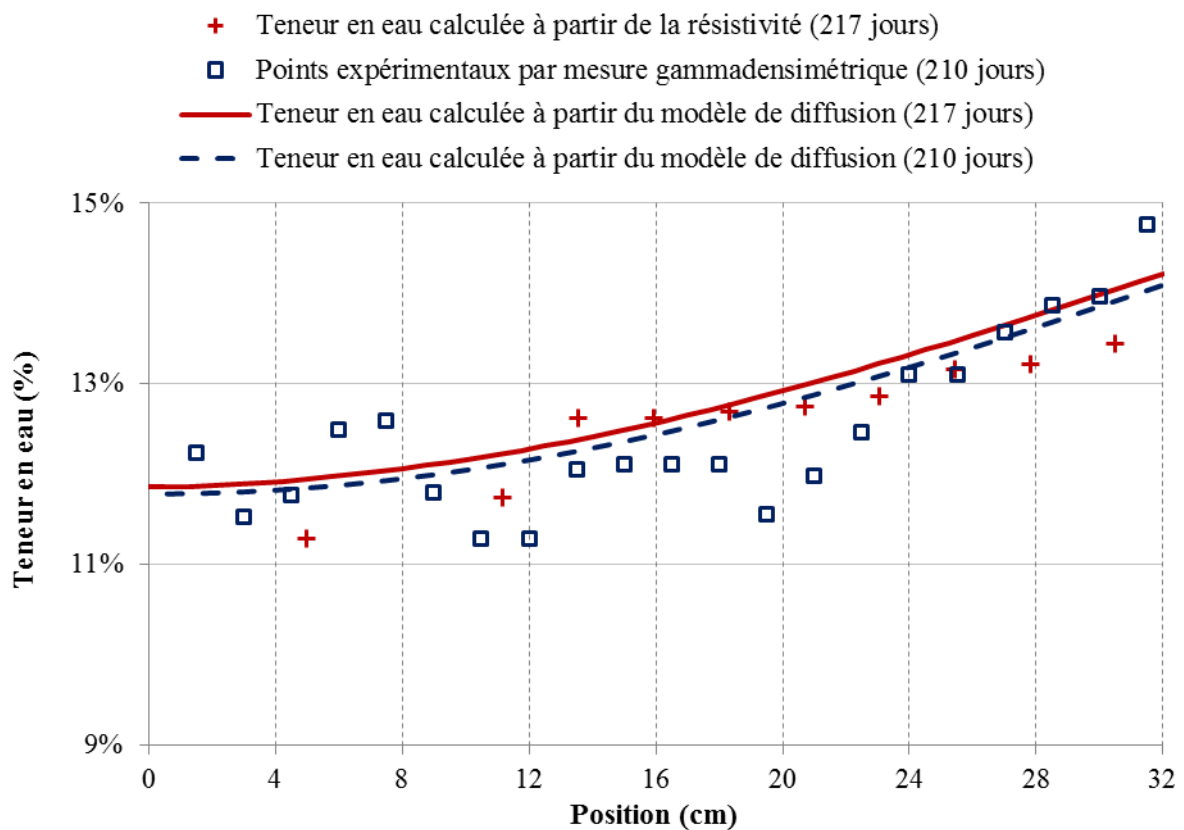


Figure III. 56 : Profils hydriques spatiaux à 210 et 217 jours (simulation, résistivité électrique et gammadensimétrie)

## Conclusion

La mesure de l'humidité interne par tomographie électrique est l'objectif fixé dans ce travail de thèse. Dans ce chapitre, il a été réuni l'ensemble des outils, présentés dans le premier chapitre et développés dans le second chapitre, afin d'aboutir à un protocole expérimental de détermination du champ d'humidité interne dans des sections massives de bois couplant la mesure de résistivité apparente multiplexée à une inversion numérique 1D et 2D. L'ensemble des outils développés a été validé, dans un premier temps, sur des exemples numériques et, dans un second temps, sur des tests grandeur nature. Dans le cas d'un multiplexage unidirectionnel, les résultats de la démarche sont tout à fait encourageants montrant une applicabilité, en termes de profil hydrique, comparable à la méthode gammadensimétrique, et ce, avec une diminution globale du bruit de mesure. Cependant, dans le cas 2D, cas qui interpelle plus précisément les gestionnaires et le monitoring d'ouvrage, nous rencontrons actuellement des difficultés liées, d'une part, aux hautes résistivités à cœur (zones sèches) et aux grandes lignes de courant et, d'autre part, à l'utilisation d'une tête de mesure qui, si elle est dimensionnée pour une mesure géophysique, l'est nettement moins pour un milieu plus résistif tel que le matériau bois. A ce stade de notre travail, plusieurs stratégies peuvent être mises en place. Au regard de nos observations, développer une tête de mesure permettant d'augmenter les limites hautes de mesure de résistivité nous paraît une évidence. Cependant, les limites physiques matérielles doivent nous conduire vers le développement d'un couplage entre mesure directe de l'humidité, dans des zones plus humides et sur des lignes de courant courtes, et extrapolation numérique des champs hydriques dans les zones qui ne pourront pas être investiguées par la mesure. Le verrou scientifique actuel réside principalement au niveau du raccord entre zones mesurées et zones extrapolées, et ce, en termes de conditions limites en humidités internes et flux hydrique à la frontière de ces deux mondes.





## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Ce travail de doctorat a permis de développer une nouvelle stratégie expérimentale et numérique à mettre en œuvre dans le cadre du monitoring d'ouvrages du Génie Civil en bois. Le principe de la mesure résistive, déjà employé pour la mesure ponctuelle de l'humidité interne, a été généralisé pour caractériser le champ hydrique dans une section transversale. Généralisé des mesures résistives quadripôle connectées à un système de multiplexage employées en géophysique, l'outil a été complètement repensé pour une utilisation 1D et 2D dans des éléments en bois.

L'ensemble de l'outil est aujourd'hui implémenté dans le code aux éléments finis Castem et interfacé avec la tête de mesure Syscal Junior développée par Iris instrument. L'ensemble du dispositif est validé numériquement et les premières utilisations expérimentales sont présentées.

Une stratégie 1D est appropriée au suivi d'un front hydrique lors d'essai d'adsorption et de désorption. Les profils hydriques obtenus permettent, en complément d'une pesée classique, de consolider les techniques standards de caractérisation des propriétés de diffusion. Ce dispositif représente aujourd'hui une alternative à l'emploi des mesures gammadensimétriques plus lourdes à mettre en œuvre et non déplaçables.

Une stratégie 2D est développée dans le cadre de la détermination des champs hydriques dans une section transversale. Un ceinturage de sondes permet d'inspecter un volume de bois plus ou moins important selon le niveau d'humidité rencontré et selon les distances (lignes de courant) à parcourir. Dans ce dernier cas, nos développements se sont heurtés aux limites physiques du matériel de mesure employé. En effet, en deçà d'un taux d'humidité voisin de 13%, la résistivité locale augmentant, la tête de mesure a du mal à mesurer une résistivité apparente exploitable laissant des 'blancs' dans la mesure. C'est dans ce sens que l'outil doit être amélioré. Aujourd'hui, nous réfléchissons à deux pistes possibles.

La première piste naturelle s'oriente vers le développement d'une tête de mesure adaptée au matériau bois en augmentant la gamme de résistivité à mesurer. Cependant, même

si il est raisonnable d'espérer une augmentation des plages de résistivité, le matériel sera tout de même confronté à des humidités basses. Dans des situations extrêmes de charpentes industrielles proches d'un système de chauffage par rayonnement infrarouge, l'humidité peut décroître pour atteindre des valeurs inférieures à 4%. Dans ces conditions, la mesure résistive sera de nouveau inefficace. Les 'blancs' que nous observons aujourd'hui et que nous observerons dans le futur devront être comblés. Une idée consisterait à développer un algorithme de transfert hydrique en parallèle de la mesure afin de remplacer les blancs par des valeurs simulées ou extrapolées. Les verrous scientifiques aujourd'hui concernent principalement les conditions aux limites séparant la zone mesurée de la zone calculée et la caractérisation des propriétés de diffusion du milieu investigué.

## **Bibliographie**

**Agoua, E., Zohoun, S., Perré, P., 2001. A double climatic chamber used to measure the diffusion coefficient of water in wood in unsteady-state conditions: Determination of the best fitting method by numerical simulation. International Journal of Heat and Mass Transfer, 44(19), pp.3731–3744.**

**Börlin, N., 2007. Non linear Optimization, Least Squares Problems, The Gauss-Newton method, Department of Computing Science, Umeå University.**

**Boulaoued, I., Mhimid, A., 2012. Determination of the diffusion coefficient of new insulators Composed of vegetable fibers. Thermal Science, vol. 16, pp.987–995.**

**Cai, L., 2005. Determination of diffusion coefficients for sub-alpine fir. Wood Science and Technology, 39(2), pp.153–162.**

**Cai, Z., 2007. Determining the moisture gradient profil of wood using the X-Ray technique. Proceedings of 15th International Symposium on Nondestructive Testing of Wood, Duluth, MN.**

**Carll, C., Ten Wolde, A., 1996. Accuracy of Wood Resistance Sensors for Measurement of Humidity. Journal of Testthe air and material are in moisture equilibrium. Sensor resistance ing and Evaluation, JTEVA, Vol. 24, No. 3, pp.154–160.**

**Clark, J.D., Williams, J.W., 1933. The electrical conductivity of commercial dielectrics and its variation with temperature. Journal of Physical Chemistry, Vol 37, pp. 119-131.**

**Da Rocha, M., et al., 2001. Moisture profile measurements of concrete samples in vertical water flow by gamma ray transmission method. Radiation Physics and Chemistry, 61(3–6), pp.567–569.**

**Da Silva, W.P. et al., 2013. Three-dimensional numerical analysis of water transfer in wood: etermination of an expression for the effective mass diffusivity. Wood Science and Technology, Vol 47, pp.897–912.**

**Degroot-Hedlin, C., 1990. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. Geophysics, 55(12), pp.1613-1624.**

**Droin Josserand, A., Vergnaud, J.M., Taverdet, J.L., 1989. Modelling the process of moisture absorption in three dimensions by wood samples of various shapes: cubic, parallelepipedic. Wood Science and Technology 17. VIII. , Vol 23, Issue 3, pp.259–271.**

**Dupleix, A., 2011. Structure du bois. EPFL - Laboratoire de matériaux de construction.**

**DuPlooy, R. et al., 2013. Development of a multi-ring resistivity cell and multi-electrode resistivity probe for investigation of over concrete condition. NDT&E International, Vol 54, pp.27–36.**

**Ero, F.A., Adebo, B., 2012. Determination of gamma - Radiation Shielding Characteristics of some Woods in Western Nigeria. International Archive of Applied Sciences and Technology, Vol.3, pp.14–20.**

**Feliu, S., Andrade, C., Gonzalez, J.A., Alonso, C., 1996. A new method for in-situ measurement of electrical resistivity of reinforced concrete. Materials and Structures/Matériaux et Constructions, Vol. 29, pp.362–265.**

**Fernandez Golfín, J., Conde Garcia, M., Calvo Haro, R., 2012. Curves for the estimation of the moisture content of ten hardwoods by means of electrical resistance measurements. Forest Systems, 21(1), pp.121–127.**

**Ferraz, E.S.B., 1985. Gamma-ray attenuation technique for determining Density and water content of wood samples. IPEF, No.30, pp.9–12.**

**Forsén, H., Tarvainen, V., 2000. Accuracy and functionality of hand held wood moisture content meters, VTT publications, No 420. 95 pp.**

**Harrington, J.J., Booker, R., Astley, R.J., 1998. Modelling the elastic properties of softwood (Part I : The cell-wall lamellae). Holz als Roh - und Werkstoff, Vol 56, pp.37–41.**

**Hartley, J., Marchant, J., 1995. Methods of determining the moisture content of wood. Research division State Forests of New South Wales Sydney, No 41, 54 pp.**

**Irzaman et al., 2011. Electrical Properties of Indonesian Hardwood. International Journal of Basic & Applied Sciences IJBAS-IJENS, Vol 11, No 06, pp.161-166.**

**James, W.L., 1988. Electric moisture meters for wood. General Technical Report FPL-GTR-6. USDA Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison, USA. 17pp**

**Jannot, Y., 2011. Transfert thermique, Cours Transferts thermiques 2<sup>ème</sup>, Ecole des Mines Nancy.**

**Kern, M., 2003. Problèmes inverses: aspects numériques, École supérieure d'ingénieurs Léonards de Vinci, 138 pp.**

**Kouchade, A.C., 2004. Détermination en routine de la diffusivité massique dans le bois par méthode inverse à partir de la mesure électrique en régime transitoire. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale du génie Rural des Eaux et des Forêts, Centre de Nancy.**

**Lagarias, J.C. et al., 1998. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. SIAM Journal on Optimisation, vol 9, No 1, pp.112–147.**

**Lasserre, B., 2000. Modélisation thermo - hygromécanique du comportement différé de poutres de structure en bois. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1.**

**Laufenberg, T.L., 1986. Using gamma radiation to measure density gradients in reconstituted wood products. Forest Products Research Society, Vol. 36, No. 2, pp.59–62.**

**Li, X. J., Cai, Z., Fu, F., 2010. Determination of Moisture Content Profiles in Wood Drying. 64<sup>th</sup> international Convention. Madison, Wisconsin.**

**Lin C. J., Chung C. H., Yang T. H., Lin F. C., 2012. Detection of Electric Resistivity Tomography and Evaluation of the Sapwood-heartwood Demarcation in Three Asia Gymnosperm Species, Silva Fennica 46(3), pp 415-424.**

**Liu, J.Y., Simpson, W.T., 1996. Mathematical relationship between surface moisture and diffusion coefficients. Drying technology, Vol 14, pp.677–699.**

**Liu, J.Y., Simpson, W.T., 1999. Inverse determination of diffusion coefficient for moisture diffusion in wood. Proceedings of 33<sup>RD</sup> ASME National Heat Transfer Conference : Heat and Mass Transfer in Porous Media, Albuquerque, New Mexico, pp.15–17.**

**Loke, M.H., 2004. Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys. From [www.geoelectrical.com](http://www.geoelectrical.com)**

**Loulou, L., 2013. Durabilité de l'assemblage mixte bois-béton collé sous chargement hydrique. Thèse de Doctorat, Université Paris-Est.**

**Manfoumbi, N.B., 2012. Contribution à l'adaptation de l'Eurocode 5 aux essences tropicales dans leur environnement. Thèse de doctorat, Université de Limoges.**

**Marescot, L., 2003. Un algorithme d'inversion par moindres carrés pondérés: application aux données géophysiques par méthodes électromagnétiques en domaine fréquence. Bulletin de Géologie de l'Université de Lausanne, No 357, Vol 75, pp.277-300.**

**Marescot, L., 2004. Modélisation directe et inverse en prospection électrique sur des structures 3D complexes par la méthode des éléments finis. Thèse de doctorat, Université de Nantes et Université de Lausanne.**

**Marescot, L. et al., 2005. Développements et utilisation de CESAR-LCPC pour la modélisation directe et inverse de tomographies électriques sur des structures 3D. Bulletin Des Laboratoires Des Ponts Et Chaussées, No 256–257, pp 53-65.**

**Marescot, L., 2006. Introduction à l'imagerie électrique du sous-sol. Bulletin de Géologie de l'Université de Lausanne, 90.1, pp.23–40.**

**Marescot, L. et al., 2006. A general approach for DC apparent resistivity evaluation on arbitrarily shaped 3D structures. Journal of Applied Geophysics, Vol 60, pp.55–67.**

**Marescot, L., 2008. Imagerie électrique pour géologues: acquisition, traitement, interprétation. From <http://www.tomoquest.com>.**

**Marquardt, W., 1963. An algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 11, No. 2, pp.431–441.**

**Merakeb, S., 2006. Modélisation des structures en bois en environnement variable. Thèse de doctorat, Université de Limoges.**

**Merakeb, S., Dubois, F. & Petit, C., 2009. Modeling of the sorption hysteresis for wood. Wood Science and Technology, 43 (7-8), pp.575–589.**

**Myers, G.E., 1971. Analytical Methods in Conduction Heat Transfer, McGraw-Hill Book Company, New York. 508 pp.**

**Nabhani, M., 2007. Application d'un modèle de transfert de masse et de chaleur au séchage à haute température : détermination expérimentale des paramètres du modèle et sa validation. Thèse de doctorat, Université Laval.**

**Nelder & Mead, 1965. A simplex method for function minimization. Computer Journal, Vol 7, pp 308-323.**

**Olek, W., Perré, P. & Weres, J., 2011. Implementation of a relaxation equilibrium term in the convective boundary condition for a better representation of the transient bound water diffusion in wood. Wood Sci Technol, Vol 45, Issue 4, pp.677–691.**

**Passas, R., 2008. Caractérisation de la morphologie des fibres de bois. From [cerig.efpg.inpg.fr](http://cerig.efpg.inpg.fr).**

**Perre, P., Degiovanni, A., 1990. Simulation par volumes finis des transferts couplés en milieux poreux anisotrope : séchage du bois à basse et haute température. International Journal of Heat and Mass Transfers, Vol. 33, No 11, pp.2463–2478.**

**Ranganathan, A., 2004. The Levenberg-Marquardt Algorithm. Tutorial on LM Algorithm, pp.1-5.**

**Ren, Z., Tang, J., 2010. 3D direct current resistivity modeling with unstructured mesh by adaptive finite-element method. Geophysics, Vol. 75, No. 1, pp.7-17.**

**Sandoz, J.L., 1993. Moisture content and temperature effect on ultrasound timber grading. Wood Sci. Technol. 27, pp.373–380.**

**Samuel, V.G., Samuel, L.Z., 2010. Moisture Relations and Physical Properties of Wood. In Wood handbook : wood as an engineering material. General Technical Report FPL–GTR–190. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 19 p.**

**Sid Ahmed, M.A.O. et al., 2009. Evaluation par méthode inverse du coefficient de diffusion et du nombre de transfert Biot lors du séchage en système continu. Revue des Energies Renouvelables, Vol 12, No 4, pp.627 – 640.**

**Simpson, W.T., Liu, J.Y., 1991. Dependence of the water vapor diffusion coefficient of aspen (*Populus spec.*) on moisture content. Wood Science and Technology, Vol 26, pp.9–21.**

**Simpson, W. T., 1993. Specific Gravity, Moisture Content, and Density Relationship for Wood. General technical report FPL, GTR-76,13 pp.**

**Simpson, W.T., 1993. Determination and use of moisture diffusion coefficient to characterize drying of northern red oak (*Quercus rubra*). Wood Science and Technology, 27(6), pp.409–420.**

**Simpson, W.T., Liu, J.Y., 1997. An optimization technique to determine red oak surface and internal moisture transfer coefficients during drying. Wood and Fiber Science, 29(4), pp.312–318.**

**Simpson W. T. et TenWolde A., 1999. Physical Properties and Moisture Relations of Wood. In Wood handbook : wood as an engineering material. Gen. Tech. Rep. FPL–GTR–113. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 463 pp.**

**Stamm, A.J., 1927. The electrical resistance of wood as a measure of its moisture content. Journal of Industrial and Engineering Chemistry, Vol 19, pp.1021–1025.**

**Stamm, A.J., 1929. The Fiber-Saturation Point of Wood as Obtained from Electrical Conductivity Measurements. Industrial and Engineering Chemistry, Analytical Edition, 1(2), pp 94–97.**



**Tiitta, M., Tomppo, L. & Lappalainen, R., 2010. Novel non-destructive methods for wood. The Future of Quality Control for Wood & Wood Products, Edinburgh The Final Conference of COST Action E53.**

**Tsourlos, P.I., Szymanski, J.E. & Tsokas, G.N., 1998. A smoothness constrained algorithm for the fast 2-D inversion of DC resistivity and induced polarization data. Journal Of The Balkan Geophysical Society, Vol. 1, No 1, pp.3–13.**

**Ueno, K., Straube, J., 2008. Laboratory Calibration and Field Results of Wood Resistance Humidity Sensors. Best 1: Building for Energy Efficiency and Durability at the Crossroads. Minneapolis.**

**Villain, G., Thiery, M., 2006. Gammadensimetry : A method to determine drying and carbonation profiles in concrete. NDT & E international, 39(4), pp.328–337.**

**Vun, R.Y. et al., 2006. Development of Non-contact Ultrasound as a Sensor for Wood Moisture Content. 9<sup>th</sup> European Conference on Non-Destructive Testing, Berlin.**

**Welling, J., 2006. Moisture content in Industrial Wood Processing. COST E53, Sopron.**

**Weres, J., Olek, W., Kujawa, S., 2009. Comparison of optimization algorithms for inverse FEA of heat and mass transport in biomaterials. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 47 (3), pp.701–716.**

**Yamamoto, H. et al., 2013. Dependence of Microcrack Behavior in Wood on Moisture Content during Drying. Advances in Materials Science and Engineering, Vol 2013, 7 p.**

**Zhou, Q. et al., 2011. Determination of moisture diffusion coefficient of larch board with finite difference method. BioResources, 6(2), pp.1196–1203.**

## ***SOMMAIRE ANNEXES***

ANNEXE A1 : MODELE DE DIFFUSION PAR DIFFERENCES FINIES EN 2D

ANNEXE A2 : EVOLUTION DE LA TENEUR EN EAU MOYENNE EXPERIMENTALE  
ET NUMERIQUE

ANNEXE A3 : PROFILS DE TENEUR EN EAU CALCULES A PARTIR DES MESURES  
DE RESISTIVITE



## ANNEXE A1 : MODELE DE DIFFUSION PAR DIFFERENCES FINIES EN 2D

### A1.1. Modèle théorique de diffusion 2D

Notons  $D_x$  et  $D_y$  les coefficients de diffusion de deux directions  $x$  et  $y$  de l'échantillon rectangulaire de dimension  $a \times b$ . La loi de Fick s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (\text{A. 1})$$

$D_x$  et  $D_y$  évoluent selon la teneur en eau et s'écrivent sous les formes suivantes, qui font apparaître les coefficients de diffusion anhydre  $D_{0x}$  et  $D_{0y}$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) et les coefficients de non linéarité  $k_x$  et  $k_y$  :

$$\begin{cases} D_x = D_{0x} \exp(k_x w) \\ D_y = D_{0y} \exp(k_y w) \end{cases} \quad (\text{A. 2})$$

#### Partie courante :

L'échantillon est discrétisé en  $n$  tranches d'égale épaisseur  $\Delta x$  selon l'axe  $x$  et en  $m$  tranches d'égale épaisseur  $\Delta y$  selon l'axe  $y$ , Figure A. 1 ; chaque point constituant une valeur de teneur en eau.

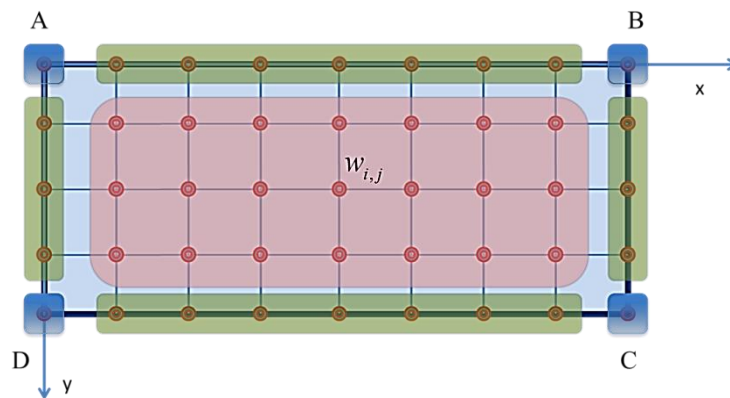


Figure A. 1: Discrétisation spatiale de la partie courante

Connaissant l'humidité à l'instant  $t$  au point  $i$ , et aux points voisins  $(i-1,j)$ ,  $(i+1,j)$ ,  $(i,j-1)$  et  $(i,j+1)$ , on est donc capable de prévoir l'humidité au point  $(i,j)$  à l'instant  $t+\tau$ . Cette nouvelle humidité s'obtient directement en fonction des humidités précédentes.

$$w_{i,j}^{t+\tau} = w_{i,j}^t + \frac{D_{0x} \tau \exp(kw_{i,j}^t)}{4\Delta x^2} \{k(w_{i+1,j}^t - w_{i-1,j}^t)^2 + 4(w_{i+1,j}^t - 2w_{i,j}^t + w_{i-1,j}^t)\} + \frac{D_{0y} \tau \exp(kw_{i,j}^t)}{4\Delta y^2} \{k(w_{i,j+1}^t - w_{i,j-1}^t)^2 + 4(w_{i,j+1}^t - 2w_{i,j}^t + w_{i,j-1}^t)\} \quad (\text{A. 3})$$

**Partie surfacique :** Ici nous présentons l'équation de diffusion à la surface BC, de dimension  $\left(\frac{\Delta x}{2}, \Delta y\right)$ , Figure A. 2.

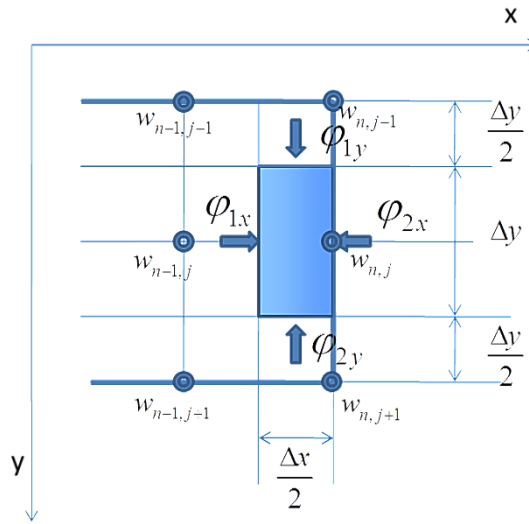


Figure A. 2: Discretisation spatiale de la partie surfacique

$$w_{n,j}^{t+\tau} = w_{n,j}^t + 2D_{0x} \tau \exp(kw_{n,j}^t) \left[ \frac{w_{n-1,j}^t - w_{n,j}^t}{\Delta x^2} + \frac{w_{n,j-1}^t - 2w_{n,j}^t + w_{n,j+1}^t}{\Delta y^2} \right] + \frac{2S_x \tau (w_{eq} - w_{n,j}^t)}{\Delta x} \quad (\text{A. 4})$$

L'équation de diffusion est développée pareillement, sur la surface CD :

$$w_{i,m}^{t+\tau} = w_{i,m}^t + 2D_{0x} \tau \exp(kw_{i,m}^t) \left[ \frac{w_{i,m-1}^t - w_{i,m}^t}{\Delta x^2} + \frac{w_{i,m-1}^t - 2w_{i,m}^t + w_{i,m+1}^t}{\Delta y^2} \right] + \frac{2S_x \tau (w_{eq} - w_{i,m}^t)}{\Delta x} \quad (\text{A. 5})$$

**Partie des angles :** Considérons une surface de dimension  $\left(\frac{\Delta x}{2}, \frac{\Delta y}{2}\right)$ , Figure A. 3.

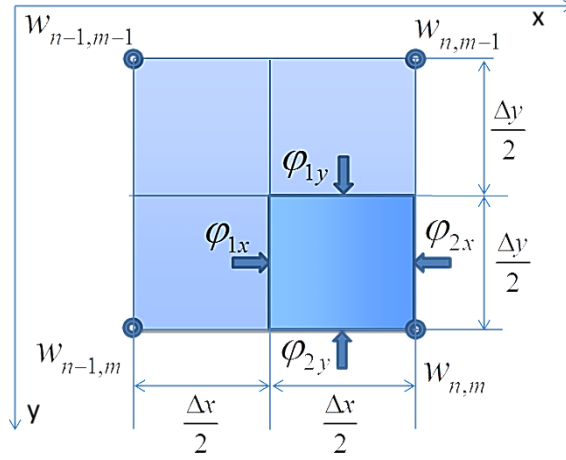


Figure A. 3 : Discretisation spatiale de la partie au coin

$$w_{n,m}^{t+\tau} = w_{n,m}^t + \exp(kw_{n,m}^t) \left( D_{0x} \tau \frac{w_{n-1,m}^t - w_{n,m}^t}{\Delta x^2} + D_{0y} \tau \frac{w_{n,m-1}^t - w_{n,m}^t}{\Delta y^2} \right) + (w_{eq} - w_{n,m}^t) \left( \frac{S_x \tau}{\Delta x} + \frac{S_y \tau}{\Delta y} \right) \quad (A. 6)$$

## A1.2. Critère de convergence

### Critère surfacique sur le bord :

A la surface, de l'équation (A. 5), à l'instant  $\tau$  :

$$w_{i,m}^\tau = w_{ini} + \frac{2S_x \tau (w_{eq} - w_{ini})}{\Delta x} \quad (A. 7)$$

A l'instant  $\tau$  la valeur de teneur en eau au point (i,m) ne doit pas dépasser la valeur de teneur en eau d'équilibre. C'est-à-dire  $w_{i,m}^\tau \leq w_{eq}$ . De l'équation (A. 7), nous avons donc :

$$w_{ini} + \frac{2S_x \tau (w_{eq} - w_{ini})}{\Delta x} \leq w_{eq} \quad (A. 8)$$

Nous obtenons un critère pour choisir les pas de discrétisation temporelle  $\tau$  et spatiale  $\Delta x$  :

$$\tau \leq \frac{\Delta x}{2S_x} \quad (\text{A. 9})$$

Et sur la surface AB :

$$\tau \leq \frac{\Delta y}{2S_y} \quad (\text{A. 10})$$

### Critère surfacique sur l'angle

De la même manière, au coin, à partir de l'équation (A. 6), il faut que :

$$w_{n,m}^\tau = w_{ini} + (w_{eq} - w_{ini}) \left( \frac{S_x \tau}{\Delta x} + \frac{S_y \tau}{\Delta y} \right) \leq w_{eq} \quad (\text{A. 11})$$

Il faut donc choisir  $\tau$  et  $\Delta x$  satisfaisant petit :

$$\tau \leq \frac{1}{\frac{S_x}{\Delta x} + \frac{S_y}{\Delta y}} \quad (\text{A. 12})$$

Alors, de (A. 9), (A. 10) et (A. 12), nous obtenons un critère complet pour que la résolution par méthode des différences finies converge :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau \leq \frac{\Delta x}{2S_x}; \tau \leq \frac{\Delta y}{2S_y} \\ \tau \leq \frac{1}{\frac{S_x}{\Delta x} + \frac{S_y}{\Delta y}} \end{array} \right. \quad (\text{A. 13})$$

## ANNEXE A2 : EVOLUTION DE LA TENEUR EN EAU MOYENNE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE

### A2.1. Selon la direction longitudinale

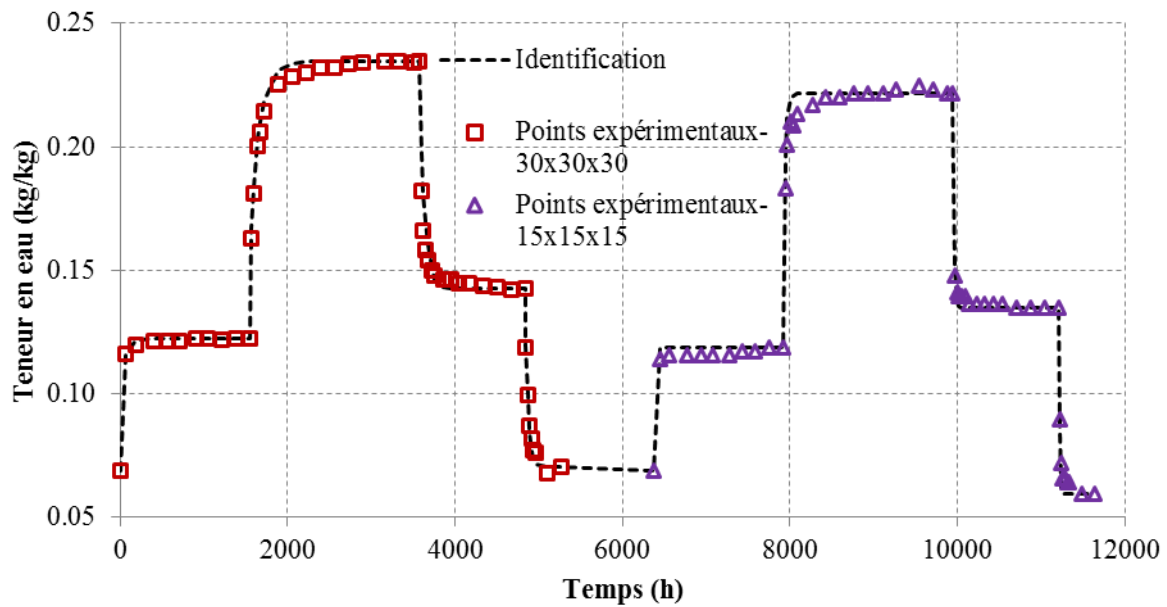


Figure A. 4 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Hêtre

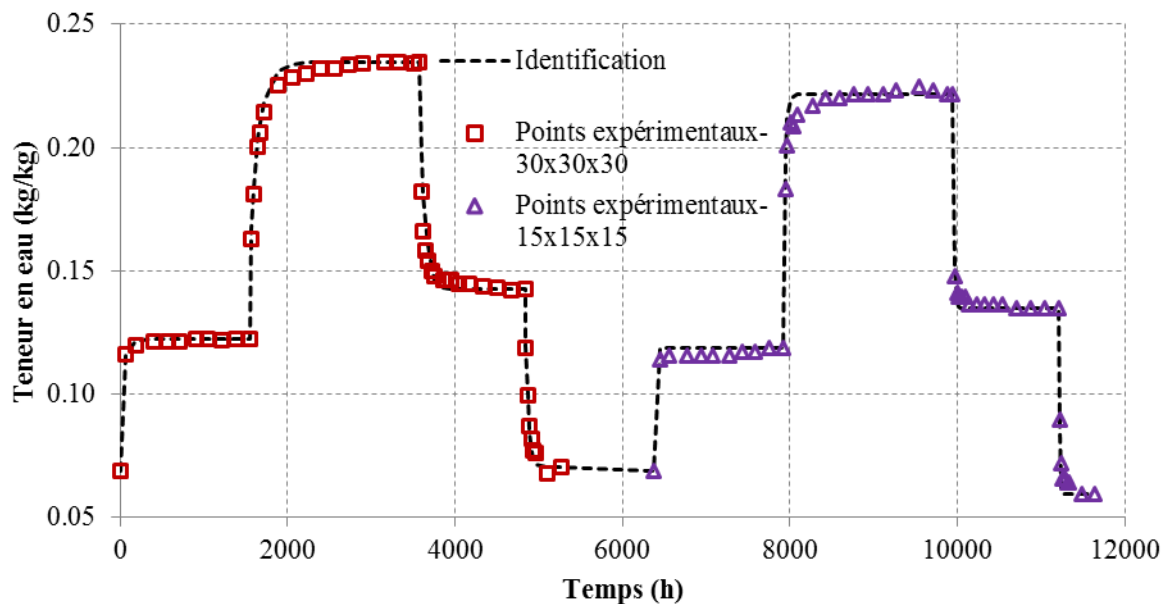


Figure A. 5 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Sapin



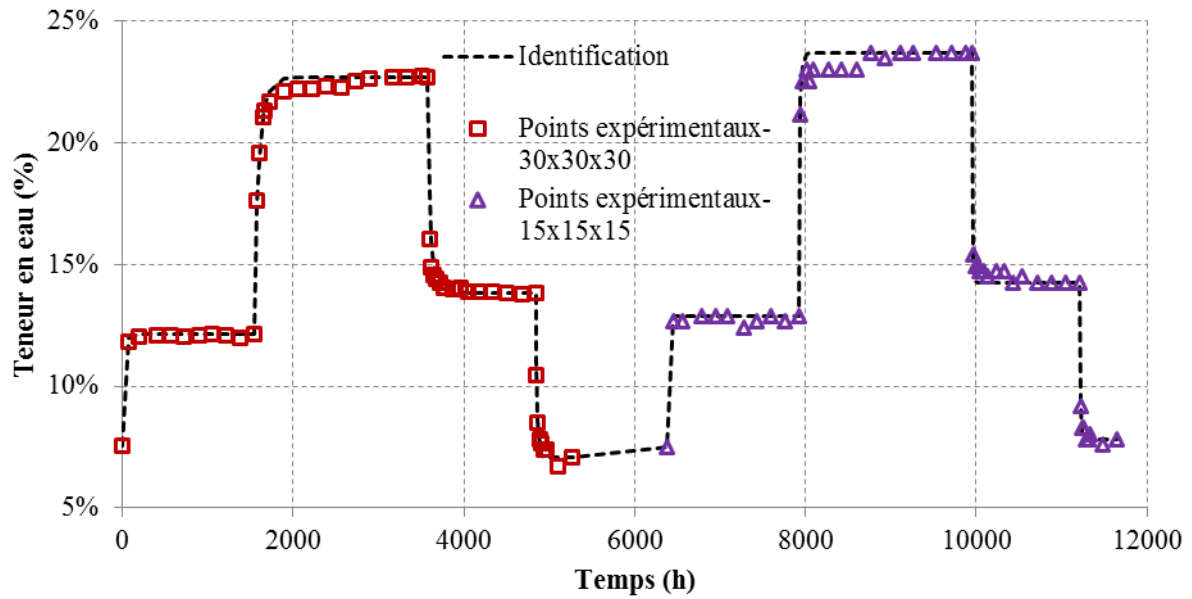


Figure A. 6 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) de l'Ozigo

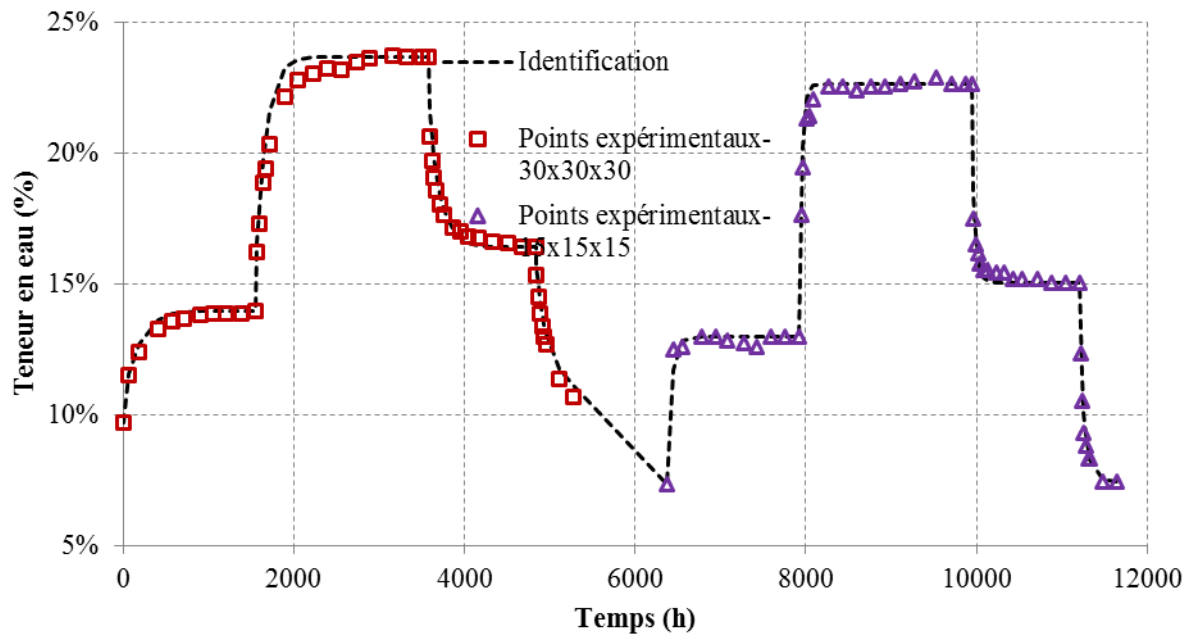


Figure A. 7 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Moabi

## A2.2. Selon la direction transversale

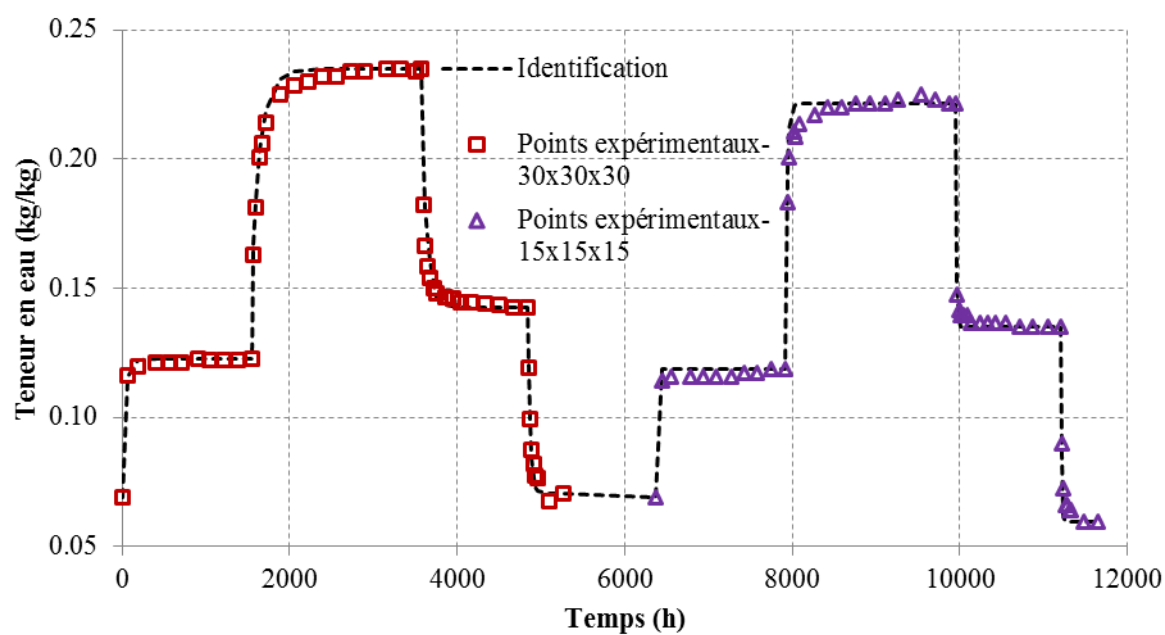


Figure A. 8 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Hêtre

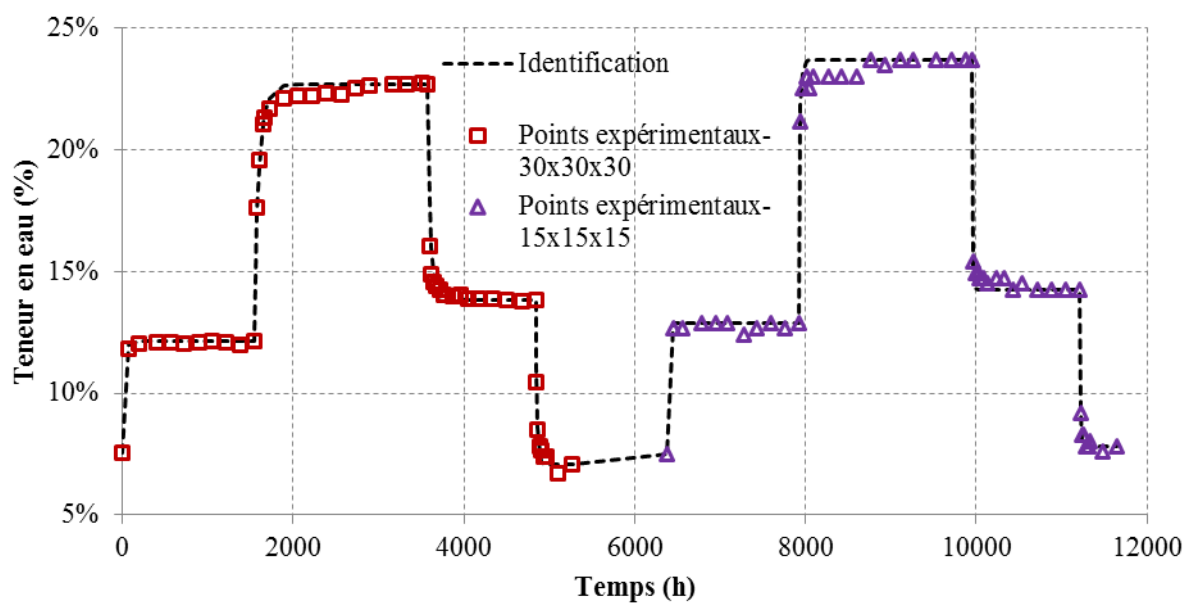


Figure A. 9 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Sapin

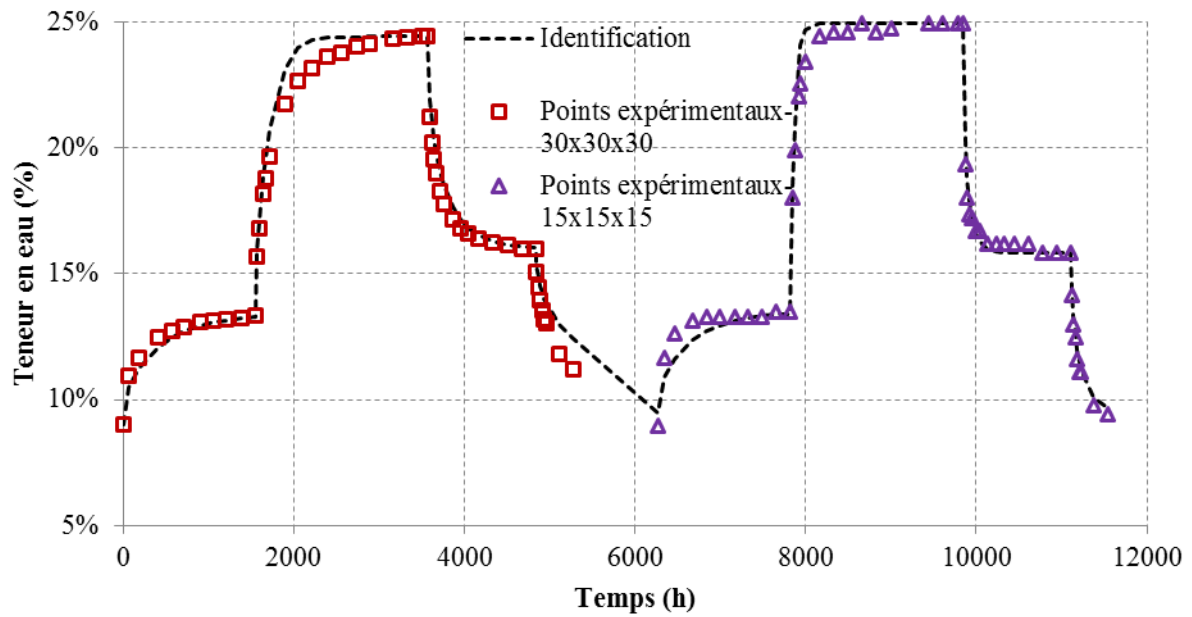


Figure A. 10 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) de l'Ozigo

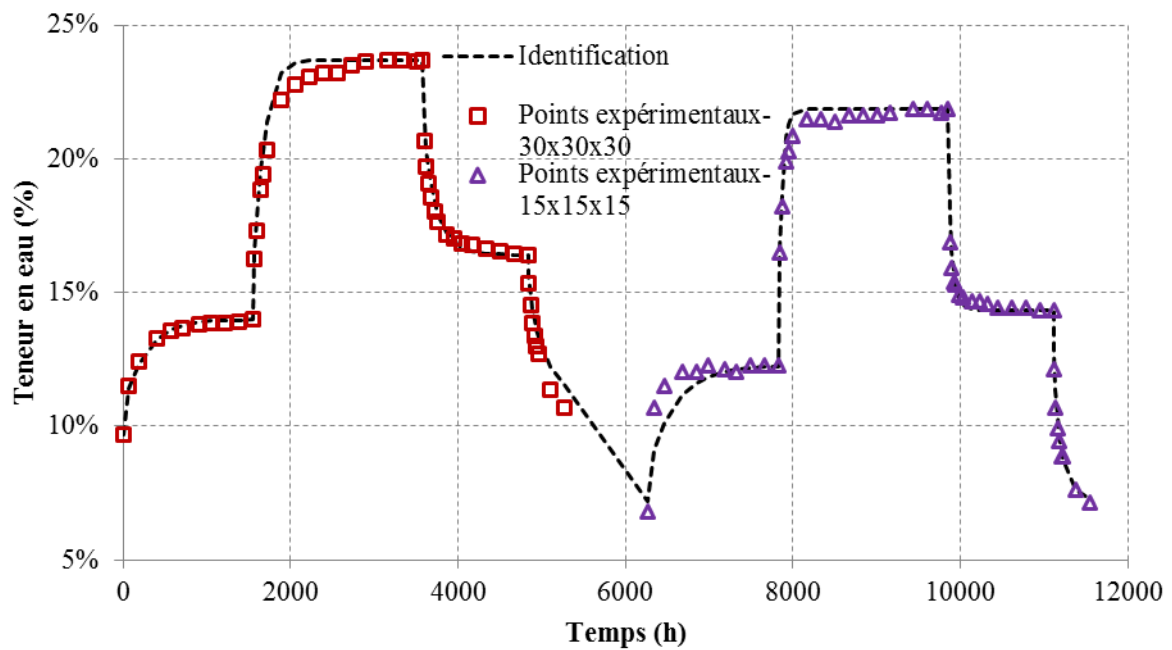


Figure A. 11 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Moabi

## ANNEXE A3 : PROFILS DE TENEUR EN EAU CALCULES A PARTIR DES MESURES DE RESISTIVITE

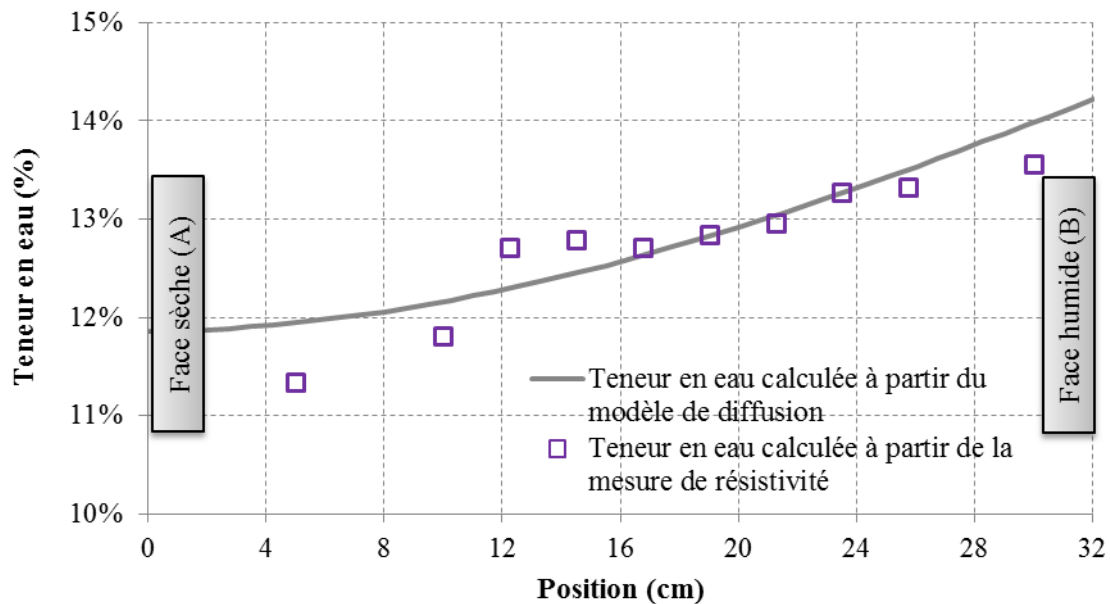


Figure A. 12 : Profil de la teneur en eau tracé à partir de celui de la résistivité par les paramètres de la loi de passage et profil numérique de la teneur en eau à 217 jours.

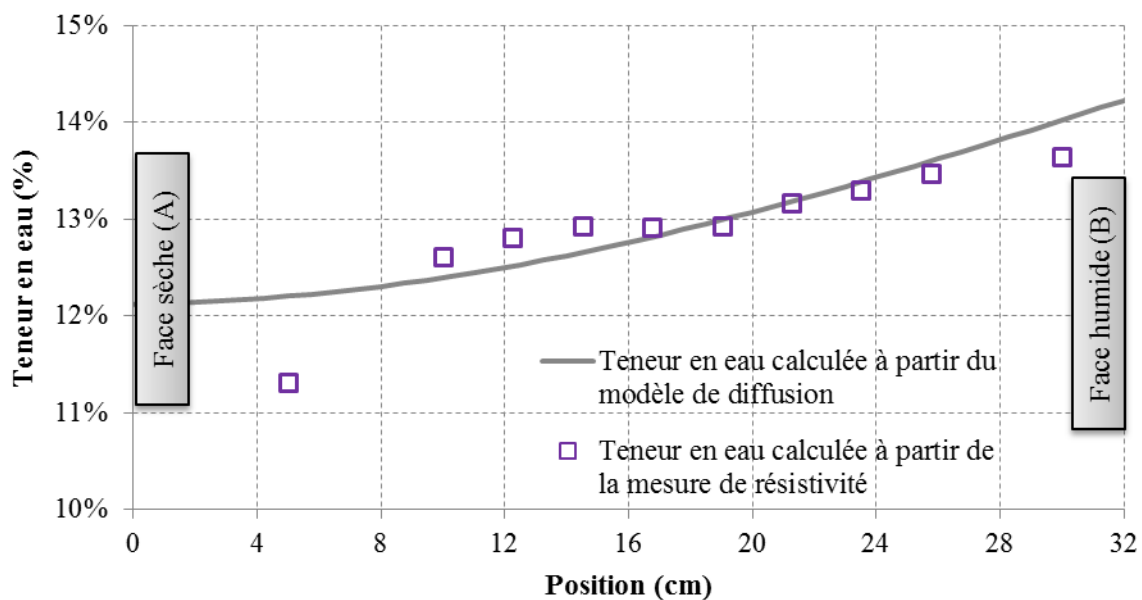


Figure A. 13 : Profil de la teneur en eau tracé à partir de celui de la résistivité par les paramètres de la loi de passage et profil numérique de la teneur en eau à 245 jours.

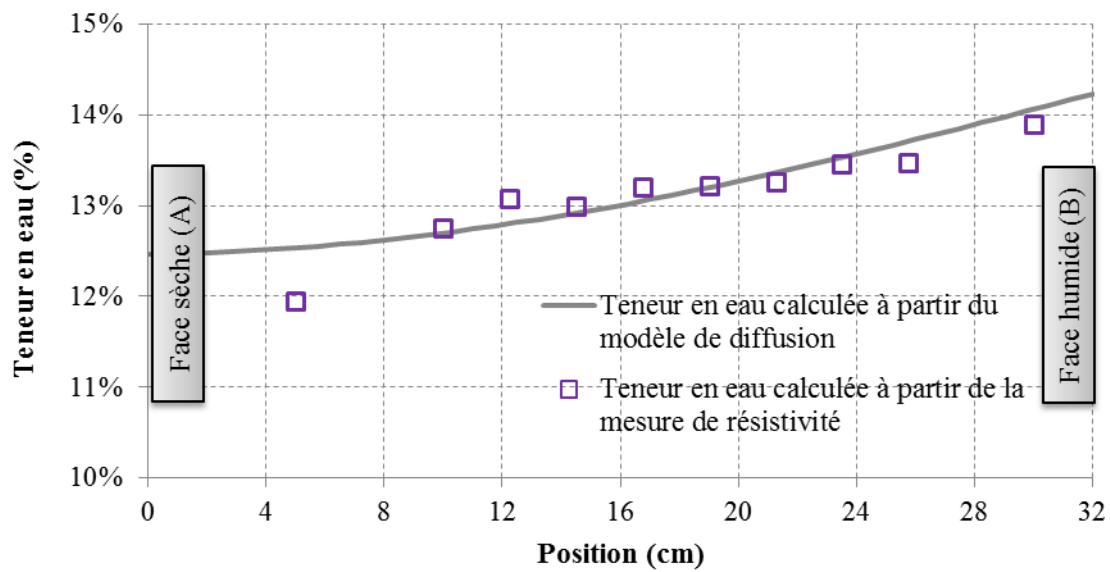


Figure A. 14 : Profil de la teneur en eau tracé à partir de celui de la résistivité par les paramètres de la loi de passage et profil numérique de la teneur en eau à 287 jours.

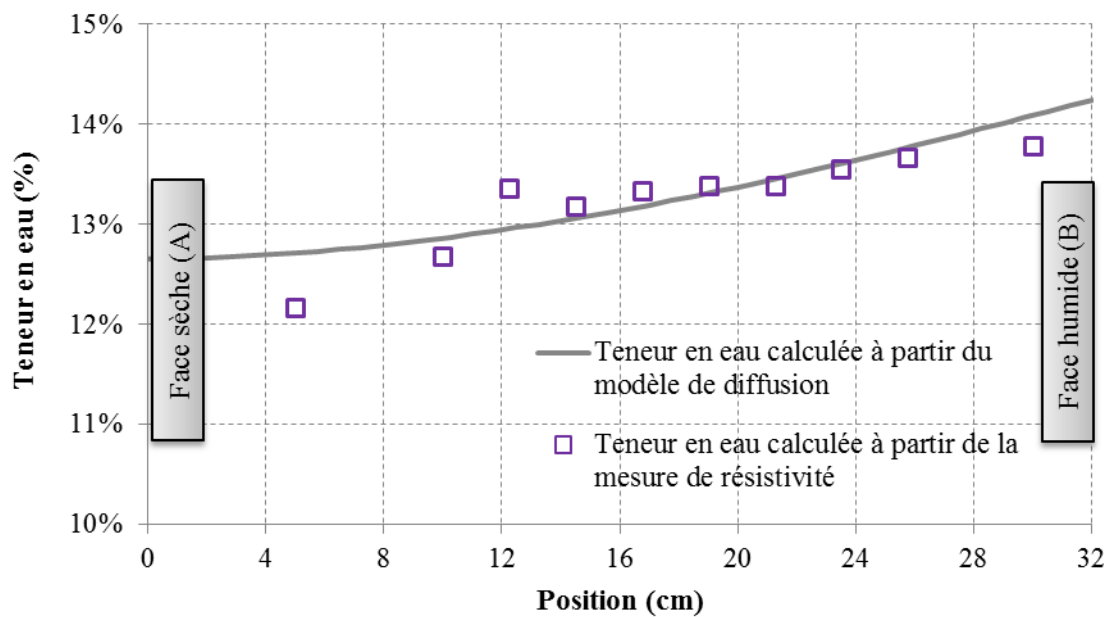


Figure A. 15 : Profil de la teneur en eau tracé à partir de celui de la résistivité par les paramètres de la loi de passage et profil numérique de la teneur en eau à 313 jours.

## Table des illustrations

Figure 1 : Ouvrages d’art en bois en France .....	1
Figure 2 : Sondes résistives ponctuelles sur Ouvrages .....	2
Figure I. 1 : Structure du bois de l'échelle macroscopique à l'échelle moléculaire (Harrington, et al. 1998).....	6
Figure I. 2: Principales parties d’un morceau du tronc d’un arbre (a) et les plans de coupe (b) (Passas 2008).....	7
Figure I. 3 : Structure de résineux : vue schématique et vue au microscope électronique à balayage (Passas 2008).....	8
Figure I. 4 : Structure de la paroi cellulaire (Dupleix 2011) .....	8
Figure I. 5 : Schéma de distribution de l’eau dans la structure de bois (Nabhani 2007) .....	9
Figure I. 6 : Ensemble des isothermes de sorption pour les 4 essences testées (Manfoumbi 2012) .....	11
Figure I. 7 : Géométrie de l’échantillon .....	13
Figure I. 8 : Détermination graphique du coefficient de diffusion.....	16
Figure I. 9: Evolution de la teneur en eau adimensionnée (Agoua et al. 2001) .....	18
Figure I. 10 : Schéma de la méthode inverse (Marescot 2004).....	21
Figure I. 11 : Evolution de la masse mesurée et simulée (Hêtre, direction radiale) (Kouchade 2004) .....	22
Figure I. 12 : Teneur en eau expérimentale et numérique (Simpson & Liu 1997) .....	23
Figure I. 13 : Variation du coefficient de diffusion selon l’épaisseur à 70°C (Zhou et al. 2011) .....	24
Figure I. 14 : Schéma des opérations de l’algorithme du Simplexe.....	26
Figure I. 15 : Schéma d’optimisation par la méthode de Levenberg-Marquardt (Marescot 2008) .....	30
Figure I. 16: Configuration de la méthode radiométrique (Cai 2007) .....	32
Figure I. 17 : Profils spatiaux de teneur en eau dans l’épaisseur du Chêne rouge (Li, X. J et al, 2010) .....	33

Figure I. 18 : Comparaison de la teneur en eau mesurée par rayons X et pesée (Li, X. J et al, 2010) .....	33
Figure I. 19 : Relation entre la résistance électrique et la teneur en eau .....	37
Figure I. 20 : Evolution de la résistance électrique du Pin du nord vs sa teneur en eau .....	37
Figure I. 21 : Evolution de la résistance électrique du pin sylvestre en adsorption (a) et en désorption (b) dans la direction radiale .....	38
Figure I. 22 : Relation entre le logarithme de résistivité et l'inverse de teneur en eau de 6 à 100% .....	39
Figure I. 23 : Relation entre logarithme de conductivité et teneur en eau inférieure à 8% (a) et supérieure à 8% (b) .....	40
Figure I. 24 : Evolution de la résistance électrique du Pin du nord en fonction de sa teneur en eau et de sa température .....	41
Figure I. 25: Résistance de différentes essences en fonction de la teneur en eau .....	42
Figure I. 26 : Evolution de la résistance électrique du duramen et de l'aubier du Pin selon sa teneur en eau .....	43
Figure I. 27 : Equipotentiels et lignes de courant pour une source ponctuelle.....	44
Figure I. 28 : Dispositif de mesure et facteur géométrique (Loke 2004) .....	46
Figure I. 29 : Acquisition 2D et séquence de mesure pour un dispositif Dipôle-Dipôle .....	47
Figure I. 30 : Le processus d'inversion (Marescot 2008) .....	48
Figure I. 31 : Inversion d'une tomographie 2D par Res2Dinv (Marescot 2008).....	49
Figure I. 32 : Résistivité d'une section de cèdre japonais .....	50
Figure I. 33 : Condition d'imbibition des échantillons .....	51
Figure I. 34 : Configuration multi-électrodes pour l'imagerie de résistivité .....	51
Figure I. 35 : Résultat des champs de résistivité inverse (DuPlooy et al. 2013).....	52
 Figure II. 1 : Géométrie de l'échantillon.....	56
Figure II. 2: Discrétisation spatiale de la partie courante de l'échantillon.....	57
Figure II. 3: Schéma de la discrétisation temporelle (échange surfacique). .....	58
Figure II. 4 : Interface sous Microsoft VBA du modèle direct .....	61
Figure II. 5 : Demi-profils spatiaux de la teneur en eau dans l'échantillon .....	63
Figure II. 6 : Evolution de la teneur en eau de chaque position en fonction du temps .....	63
Figure II. 7 : Evolution de la teneur en eau moyenne en fonction du temps.....	64

Figure II. 8 : Hypothèse de milieu semi infini de la méthode analytique .....	64
Figure II. 9 : Profils de teneur en eau analytique et par différences finies.....	65
Figure II. 10 : Evolution de teneur en eau par les méthodes différences finies et éléments finis .....	66
Figure II. 11 : Algorithme de détermination des paramètres de diffusion .....	68
Figure II. 12 : Interface sous Microsoft VBA du modèle inverse.....	68
Figure II. 13 : Chemin d'identification du coefficient de diffusion anhydre $D_0$ ( $m^2/s$ ) à 17.91% de teneur en eau d'équilibre .....	71
Figure II. 14 : Profils expérimentaux et numériques tracés par les paramètres identifiés .....	72
Figure II. 15 : Evolution de la teneur en eau expérimentale et numérique par l'hypothèse d'échange surfacique et l'hypothèse de teneur en eau imposée en surface de l'échantillon 1.	73
Figure II. 16 : Evolution de la teneur en eau moyenne expérimentale et numérique.....	74
Figure II. 17 : Evolution du coefficient de diffusion selon la teneur en eau .....	75
Figure II. 18 : Evolution de la teneur en eau moyenne expérimentale et numérique.....	75
Figure II. 19 : Histoire hydrique.....	76
Figure II. 20 : Teneur en eau moyenne (diffusion longitudinale) .....	78
Figure II. 21 : Teneur en eau moyenne (diffusion transverse) .....	78
Figure II. 22 : Chemin d'identification pour $D_0$ ( $m^2/s$ ) (a) et k (b) .....	80
Figure II. 23 : Coefficient de diffusion pour les 4 paliers .....	80
Figure II. 24 : Evolution de la teneur en eau expérimentale et numérique .....	81
Figure II. 25: Chemin d'identification du coefficient de diffusion $D_0$ (a) et de k (b) .....	81
Figure II. 26 : Evolution du coefficient de diffusion selon la teneur en eau .....	82
Figure II. 27 : Evolution de la teneur en eau (expérimentation et simulation) .....	83
Figure II. 28 : Chemin d'identification de $D_0$ (a) et k (b) intégrant les deux géométries .....	83
Figure II. 29 : Evolution de la teneur en eau (simulation et expérimentation) du Hêtre.....	84
Figure II. 30 : Evolution du coefficient de diffusion dans la direction longitudinale $D^L$ .....	85
Figure II. 31 : Evolution du coefficient de diffusion dans la direction tangentielle $D^T$ .....	87
Figure II. 32 : Echantillons (a) et (b).....	89
Figure II. 33 : Dispositif de mesure gammadensimétrique .....	89
Figure II.34 : Profils spatiaux de teneur en eau de l'échantillon (a).....	91
Figure II. 35 : Profils spatiaux de teneur en eau de l'échantillon (b) .....	92
Figure II. 36 : Evolution de la teneur en eau dans l'échantillon (a).....	93



Figure II. 37 : Profils spatiaux de distribution de teneur en eau dans l'échantillon (a).....	94
Figure II. 38 : Evolution du coefficient de diffusion $D$ ( $m^2/s$ ).....	94
Figure II. 39 : Evolution de la teneur en eau moyenne dans l'échantillon (b).....	95
Figure II. 40 : Profils spatiaux de distribution de teneur en eau dans l'échantillon (b).....	96
Figure II. 41 : Coefficients de diffusion en fonction de la teneur en eau.....	96
Figure III. 1 : Syscal Junior Switch 48.....	100
Figure III. 2 : Exemple d'une mesure sur le terrain (a) et l'inversion 2D par Res2Dinv (b). 101	
Figure III. 3 : Câbles et électrodes spécifiques .....	102
Figure III. 4 : Test préliminaire en mode standard.....	103
Figure III. 5 : Evolution de la résistance $\left  \frac{\Delta V_{P_1P_2}}{I_{C_1C_2}} \right  (\Omega)$ en fonction de la teneur en eau moyenne .....	104
Figure III. 6 : Répartition des électrodes en mode multi-électrodes .....	105
Figure III. 7 : Dispositif expérimental en mode multi-électrodes .....	106
Figure III. 8 : Evolution de la teneur en eau moyenne selon le temps .....	106
Figure III. 9 : Profils de résistance $\left  \frac{\Delta V_{P_1P_2}}{I_{C_1C_2}} \right  (\Omega)$ .....	107
Figure III. 10 : Schéma du dispositif expérimental.....	108
Figure III. 11 : Schéma de découpe des échantillons.....	108
Figure III. 12 : Evolution de la teneur en eau moyenne .....	109
Figure III. 13 : Echantillon de dimensions $320 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$ équipé de 19 électrodes.....	109
Figure III. 14 : Disposition et numérotation des électrodes pour une mesure unidirectionnelle .....	110
Figure III. 15 : Echantillon pour la mesure électrique unidirectionnelle .....	110
Figure III. 16 : Schéma de découpe des échantillons pour la mesure électrique 2D .....	111
Figure III. 17 : Echantillon pour la mesure électrique en 2D.....	111
Figure III. 18 : Multiplexages selon les sens $A \rightarrow B$ et $B \rightarrow A$ .....	112
Figure III. 19 : Résistance $\left  \frac{\Delta V_{P_1P_2}}{I_{C_1C_2}} \right  (\Omega)$ selon le sens de mesure $A \rightarrow B$ .....	112

Figure III. 20 : Résistance $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ selon le sens de mesure $B \rightarrow A$ .....	113
Figure III. 21 : Schéma du multiplexage 1 (a) et du multiplexage 2 (b) .....	114
Figure III. 22 : Analogie électrique et thermique .....	115
Figure III. 23 : Maillage de l'électrode cylindrique et du volume de bois environnant .....	116
Figure III. 24 : Maillage éléments finis pour l'application 1D avec 21 électrodes .....	117
Figure III. 25 : Maillage éléments finis pour l'application 2D et 20 électrodes .....	117
Figure III. 26 : Injection numérique de courant .....	118
Figure III. 27 : Champ de résistivité sur échantillon de dimensions $320 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$ .....	119
Figure III. 28 : Champ de résistivité projeté .....	119
Figure III. 29 : Résultat des résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ du modèle direct (cas 1D) .....	120
Figure III. 30 : Champ de résistivité implémenté dans le modèle direct ( $\Omega m$ ) .....	121
Figure III. 31 : Champ de résistivité sur échantillon de dimension $95 \times 95 \times 95 \text{ mm}^3$ .....	121
Figure III. 32 : Champ de résistivité projeté .....	122
Figure III. 33 : Maillage de l'échantillon discrétisé en 20 tranches d'épaisseurs égales .....	126
Figure III. 34 : Ecart entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ 'mesurées' et estimées par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs égales .....	128
Figure III. 35 : Maillage de l'échantillon discrétisé en 20 tranches d'épaisseurs inégales ....	128
Figure III. 36 : Ecart entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ 'mesurées' et estimées par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs inégales .....	130
Figure III. 37 : Maillage de l'échantillon discrétisé en 10 tranches d'épaisseur inégales .....	130
Figure III. 38 : Ecart entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ 'mesurées' et estimées en 10 tranches d'épaisseurs inégales .....	131
Figure III. 39 : Maillage de l'échantillon discrétisé en $5 \times 5$ blocs .....	132
Figure III. 40 : Identification 2D ( $\Omega m$ ) .....	133
Figure III. 41 : Ecart entre les valeurs de résistivité estimées et réelles .....	133

Figure III. 42 : Ecart entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ ‘mesurées’ et estimées.....	134
Figure III. 43 : Données expérimentales $\left( \left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega) \right)$ au 217 <sup>ème</sup> jour (quadripôle de type 1) .....	135
Figure III. 44 : Discrétisation de l'échantillon .....	136
Figure III. 45 : Résistivité calculée .....	137
Figure III. 46 : Comparaisons entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ mesurées et calculées des 217 <sup>ème</sup> , 313 <sup>ème</sup> et 398 <sup>ème</sup> jour.....	138
Figure III. 47 : Résultat d'identification en termes de résistivité ( $\Omega m$ ).....	140
Figure III. 48 : Comparaisons entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ mesurées et calculées.....	141
Figure III. 49 : Discrétisation en 3x3 blocs.....	142
Figure III. 50 : Résultat d'identification en termes de résistivité ( $\Omega m$ ).....	142
Figure III. 51 : Comparaisons entre résistances $\left  \frac{\Delta V_{P_1 P_2}}{I_{C_1 C_2}} \right  (\Omega)$ mesurées et calculées.....	143
Figure III. 52 : Evolution de la teneur en eau moyenne pour les deux échantillons jumeaux étudiés.....	145
Figure III. 53 : Profils spatiaux numériques estimés de teneur en eau dans l'échantillon .....	146
Figure III. 54 : Profils de la teneur en eau par mesure résistive et simulation au 398 <sup>ème</sup> jour .....	147
Figure III. 55 : Profils de la teneur en eau par méthode résistive et simulation.....	148
Figure III. 56 : Profils hydriques spatiaux à 210 et 217 jours (simulation, résistivité électrique et gammadensimétrie) .....	148

## Table des tableaux

Tableau I. 1 : Coefficients de diffusion .....	22
Tableau I. 2 : Paramètres de diffusion identifiés pour le Chêne rouge (Simpson & Liu 1997)	23
Tableau I. 3 : Teneur en eau estimée par méthode gravimétrique et par gammadensimétrie ..	35
Tableau II. 1: Paramètres de diffusion choisis .....	62
Tableau II. 2 : Paramètres de diffusion linéaire .....	65
Tableau II. 3: Résultat d'identification des mesures expérimentales.....	71
Tableau II. 4 : Paramètres de diffusion de l'échantillon 1 .....	73
Tableau II. 5 : Paramètres de diffusion identifiés .....	74
Tableau II. 6 : Paramètres de diffusion identifiés par la courbe moyenne de 6 échantillons...	74
Tableau II. 7 : Résultat d'identification des courbes moyennes expérimentales .....	75
Tableau II. 8 : Plan d'expérience pour les essais de diffusion .....	77
Tableau II. 9 : Paramètres de diffusion palier par palier .....	79
Tableau II. 10 : Identification globale des paramètres de diffusion.....	82
Tableau II. 11 : Paramètres de diffusion multi paliers et multi géométries .....	84
Tableau II. 12 : Paramètres de diffusion dans la direction longitudinale.....	85
Tableau II. 13 : Paramètres de diffusion dans la direction tangentielle .....	86
Tableau II. 14 : Identifications standard et couplée pour l'échantillon (a) .....	93
Tableau II. 15 : Résultat d'identification standard et couplée de l'échantillon (b).....	95
Tableau III. 1 : Types de quadripôles utilisés .....	105
Tableau III. 2 : Analogie électrique et thermique .....	116
Tableau III. 3 : Champ de résistivité implémenté dans le modèle direct .....	118
Tableau III. 4 : Résistances apparentes de quadripôles type 1 .....	122
Tableau III. 5 : Facteurs choisis par tests synthétiques .....	125
Tableau III. 6 : Identification par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs égales .....	127
Tableau III. 7 : Identification par la discrétisation en 20 tranches d'épaisseurs inégales .....	129
Tableau III. 8 : Identification par la discrétisation en 10 tranches d'épaisseurs inégales .....	131
Tableau III. 9 : Résultats d'identification en termes de résistivité ( $\Omega m$ ).....	137

Tableau III. 10 : Erreur moyenne entre résistances apparentes mesurées et calculées .....	138
Tableau III. 11 : Valeurs de résistances apparentes mesurées des deux multiplexages.....	139
Tableau III. 12 : Identification des paramètres de la loi de passage .....	146
Tableau III. 13 : Identification globale des paramètres de la loi de passage.....	147



## Résumé

Le développement des structures en bois en Génie Civil demande aujourd'hui de proposer aux gestionnaires d'ouvrages des outils de diagnostic et de monitoring pour suivre l'évolution des pathologies (flèches excessives, fissures, attaques biologiques, etc.) mais également pour contrôler l'humidité interne dans les éléments. Dans ce dernier contexte, le travail développé dans cette thèse concerne le développement d'un outil de caractérisation du champ hydrique dans des sections transversales d'éléments structuraux en bois. La méthode étudiée couple une mesure de résistivité, composée d'une tête de mesure (résistivimètre) associée à un grand nombre de sondes raccordées à un système multiplexé, et d'une méthode inverse implémentée dans un code aux éléments finis. Dans une première partie, il est étudié les techniques de caractérisation des propriétés de diffusion dans le matériau caractérisé par une orthotropie et un comportement non linéaire exploitant des mesures d'humidité moyenne (méthode gravimétrique) et des profils spatiaux par mesures gammadensimétriques. Il est montré que le couplage des deux mesures permet d'obtenir en finalité des propriétés intrinsèques rendant ainsi la méthode de caractérisation fiable et robuste. La seconde partie présente le développement d'un ensemble expérimental dans le but d'obtenir une cartographie 1D et 2D du champ hydrique dans une section transversale. La technique repose sur la généralisation des méthodes résistives multiplexées utilisées en géophysique dans l'étude des sols stratifiés à des géométries finies à 2 dimensions. L'algorithme employé est basé sur le couplage de mesures de résistivité multiplexées et d'une analyse inverse implémentée dans un code aux éléments finis. La solution 1D permet d'obtenir des profils spatiaux pouvant remplacer les mesures gammadensimétriques. Les profils 2D permettent, pour une section donnée, d'estimer le champ d'humidité interne en tout point et de proposer ainsi un suivi dans le temps des profils hydriques.

Mots clés : bois, modèle de diffusion, résistivité, gammadensimétrie, méthode inverse

## Abstract

In civil engineering constructions, the development of timber structures requires today to managers works some diagnostic tools and monitoring systems to monitor pathologies (excessive deflections, cracks, biological attack, etc.) but also to control moisture content in the element sections. In the last context, the proposed work in this PhD thesis is the development of a tool for characterization of the moisture content map in the cross sections of structural elements. Studied method is based on the resistivity measuring, comprising a measuring head (resistivity meter) associated with many connected probes in a multiplexed system, and an inverse method implemented in a finite element software. In the first part, it is studied the techniques of characterization of diffusion properties in wood samples characterized by orthotropic and nonlinear behaviors according to average moisture content measurements (gravimetric method) and spatial profiles gamma densitometer measures. It is shown that the coupling of the two measurements provides the intrinsic properties with more reliability and more robustness. The second part deals with the development of an experimental protocol in order to achieve 1D and 2D mapping of the moisture content field in a cross section. The technique is based on the generalization of multiplexed resistivity geophysical methods used in the study of stratified soils with 2-dimensional geometries. The algorithm is based on the coupling between the resistivity measurements and an inverse multiplexed analysis implemented in a finite element code. The 1D solution provides spatial profiles which can replace gamma densitometer measures. For a selected section, 2D profiles allow estimating the moisture content field at any point and thus provide a time tracking of moisture profiles.

Keywords : wood, diffusion model, resistivity, gammadensimetry, inversion method